

«مقاله پژوهشی»

بررسی رفتارهای کیفی درهم‌تنیدگی و هم‌دوسی در یک سامانه دو کیوبیتی همسان جفت‌شده توسط یک خازن بزرگ: کاربرد در مدارهای کوانتومی

سید محمد حسینی^{1*}، میلاد کعبی²

1. دانشجوی دکتری، گروه فیزیک، دانشگاه ارومیه، ارومیه

2. دانشجوی دکتری، گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران

تاریخ دریافت: 1401/08/11 تاریخ پذیرش: 1401/09/15

Investigating the Qualitative Behaviors of Entanglement and Coherence in an Identical Two-Qubit Coupled System by a Large Capacitor: Application in Quantum Circuits

S.M. Hosseiny^{*1}, M. Kabi²

1. Ph.D. Student, Department of Physics, Urmia University, Urmia, Iran

2. Ph.D. Student, Department of Physics, Payame Noor University, Tehran, Iran

Received: 2022/11/02 Accepted: 2022/12/06

Abstract

In this paper, we model an entangled system of two identical superconducting qubits in which Josephson junctions are coupled by a fixed capacitor. This coupling of the capacitor with Josephson junctions is added due to increase the coherence and neutralize the effects of decoherence in the system. To better understand the state of the system, using the theory of quantum computing, the qualitative behaviors of entanglement, coherence, and comparison between them are numerically investigated. It was observed that there is a limit for increasing the mutual coupling energy between two qubits, and beyond that, it will weaken the system performance. It was also seen that the behaviors of the entanglement and the coherence are almost similar and they can be maintained at high temperatures under some conditions. A remarkable point was that, as the Josephson energy of the qubits increases, the coherence and entanglement increase even at high temperatures. Also, by increasing the mutual coupling energy between qubits, coherence and entanglement are maintained at high temperatures, which can be considered in the construction of entanglement sources. In addition, the difference between an identical and a dissimilar two-qubit system is also stated.

Keywords

A Two-Qubit System, Entanglement, Quantum Coherence, Quantum Radar, Quantum Computer

چکیده

در این مقاله، ما یک سامانه درهم‌تنیده دو کیوبیت ابررسانای یکسان را مدل‌سازی می‌کنیم که در آن اتصالات جوزفسون با یک خازن ثابت جفت شده‌اند. این جفت‌شدگی خازن با اتصالات جوزفسون به دلیل افزایش هم‌دوسی و بی‌اثر کردن اثرات واهمدوسی در سامانه افزوده شده است. برای درک بهتر از حالت سامانه با بهره‌گیری از تئوری محاسبات کوانتومی رفتارهای کیفی درهم‌تنیدگی، هم‌دوسی و مقایسه بین آنها در این مدل به صورت عددی مورد بررسی قرار گرفت. مشاهده شد که برای افزایش انرژی جفت‌شدگی بین دو کیوبیت، حدی برقرار است و فراتر از آن باعث تضعیف عملکرد سامانه خواهد شد. همچنین دیده شد که رفتارهای درهم‌تنیدگی و هم‌دوسی تقریباً مشابه هستند و می‌توان با راه‌کارهایی آنها را در دماهای بالا حفظ کرد. نکته قابل توجه این بود که با افزایش انرژی جوزفسون کیوبیت‌ها، هم‌دوسی و درهم‌تنیدگی حتی برای دماهای بالا نیز افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش انرژی جفت‌شدگی متقابل بین کیوبیت‌ها، هم‌دوسی و درهم‌تنیدگی در دماهای بالا حفظ می‌شود که می‌توان این نکته را در ساخت منابع درهم‌تنیدگی لحاظ کرد. افزون‌براین، تفاوت بین یک سامانه با دو کیوبیت همسان و ناهمسان نیز بیان می‌شود.

واژه‌های کلیدی

سامانه دو کیوبیتی، درهم‌تنیدگی، هم‌دوسی کوانتومی، رادار کوانتومی، کامپیوتر کوانتومی

مقدمه

قرار می‌گیرد. از مهم‌ترین کاربردهای این کار می‌توان به بهبود عملکرد کیوبیت‌های درهم‌تنیده در کامپیوترهای کوانتومی و رادارهای کوانتومی اشاره کرد.

مدل

همان‌طور که در شکل 1 نشان داده شده است، یک سامانه دو کیوبیتی (دو کیوبیت شارژ جبهه جفت کوپر) را در نظر بگیرید که توسط یک خازن ثابت C_m جفت شده است. در تقریب چهار تراز، هامیلتونی برای این مدل توسط [29، 24] داده می‌شود:

$$H = \frac{\hbar}{e} 2E_{C1} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} - n_{g1} \frac{\hbar}{e} \frac{\partial}{\partial \phi} - E_m \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} - n_{g2} \frac{\hbar}{e} \frac{\partial}{\partial \phi} + \frac{\hbar}{e} 2E_{C2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} - n_{g2} \frac{\hbar}{e} \frac{\partial}{\partial \phi} - E_m \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} - n_{g1} \frac{\hbar}{e} \frac{\partial}{\partial \phi} + \frac{1}{2} (E_{J1} s_{x1} + E_{J2} s_{x2} - 2E_m s_{zz}), \quad (1)$$

که E_{C_i} و E_{J_i} انرژی شارژ و انرژی جوزفسون کیوبیت ابررسانای i ام هستند. E_m انرژی جفت‌شدگی متقابل بین دو کیوبیت را نشان می‌دهد (این انرژی، همبستگی بین کیوبیت‌های ابررسانا، عبور از سطح و عدم تقارن ولتاژ درگاه¹⁰ (گیت) را در طیف انرژی توصیف می‌کند [29]). در آن ماتریس $\mathbf{s}_{x,z}$ و X و Z پائولی را نشان می‌دهد و I ماتریس همانی را توصیف می‌کند. $n_{g_i} = V_{g_i} C_{g_i} / 2e$ پارامتر دو کیوبیت ابررسانای نرمال شده است که به ترتیب V_{g_i} ولتاژ و C_{g_i} ظرفیت گیت کنترل را نشان می‌دهند [29، 24]. در این مدل، هر دو کیوبیت دارای دستگاه تداخلی کوانتومی ابررسانا¹¹ (SQUID) و دو عدد JJ هستند. بنابراین، همسان‌بودن کیوبیت‌ها از همین ساختار یکسان این مدار ناشی می‌شود. علاوه بر این، هر دو کیوبیت دارای دو درگاه ولتاژ مجزا نیز هستند که می‌توان توسط انرژی جفت‌شدگی متقابل بین کیوبیت‌ها،

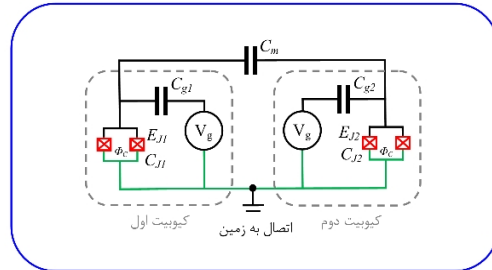
واحدهای واحدهای پایه پردازش اطلاعات در تئوری اطلاعات کوانتومی، کیوبیت‌ها¹ هستند که در سامانه‌های کوانتومی مانند رایانه‌های کوانتومی [2، 1]، پروتکل‌های رادار کوانتومی اولیه² [3-16]، تقویت‌کننده‌های ابررسانا (مانند تقویت‌کننده‌های پارامتری جوزفسون³، تقویت‌کننده پارامتریک موج انتقالی⁴) [16-20] و مدارهای کوانتومی [21-23]، استفاده می‌شوند. این سامانه‌های کوانتومی دارای حالت‌های کوانتومی قابل کنترل، سرعت بالا و اثربخشی بالا هستند. این مزایا باعث می‌شود که توجه محققان را به خود جلب کند [24]. سامانه‌های دو تراز، ساده‌ترین سامانه ترکیبی هستند و بهترین کاندید، سامانه دو کیوبیت ابررسانا است که از قوانین مکانیک کوانتومی (مانند همبستگی و هم‌دوسی کوانتومی⁵) پیروی می‌کند [24]. اثرات نویز محیط، تقویت، دما و واهمدوسی⁶ می‌تواند عملکرد کیوبیت‌های ابررسانا را مختل کند [28-24]. بنابراین بررسی روش‌های مقابله با این اثرات اختلال بسیار مهم است. کنترل انرژی جفت‌شدگی متقابل بین دو کیوبیت ابررسانا، که می‌تواند از طریق اندرکنش با یک جفت‌کننده قابل تنظیم مشترک فعال شود، وظیفه مهمی برای محافظت در برابر اثر واهمدوسی دارد [24]. برای افزایش اثر هم‌دوسی کوانتومی کیوبیت‌های ابررسانا، می‌توان حساسیت آنها به نویز شارژ⁷ (بار) را با افزودن یک ظرفیت (خازن) شانت⁸ بزرگ به اتصال جوزفسون⁹ (JJ) کاهش داد [24]. از این رو، در این مقاله، ما یک سامانه درهم‌تنیده از دو کیوبیت ابررسانا یکسان را مدل‌سازی می‌کنیم که در آن JJها با یک خازن ثابت جفت شده‌اند. برای درک بهتر عملکرد سامانه، رفتارهای کیفی درهم‌تنیدگی و هم‌دوسی در این مدل مورد بررسی

1. Qubit
2. Quantum Radar
3. Josephson Parametric Amplifier (JPA)
4. Traveling Wave Parametric Amplifier (TWPA)
5. Quantum Correlation And Coherence
6. Decoherence Effect
7. Charge Noise
8. Shunt
9. Josephson Junction (JJ)

10. Gate

11. Superconducting Quantum Interference Device (SQUID)

همبستگی بین این کیوبیت‌ها را کنترل کرد. افزون بر این، هر دو کیوبیت دارای پروب و مخازن DC مجزا هستند.



شکل 1. طرح‌واره یک سامانه دو کیوبیت ابرسانای یکسان که توسط یک خازن C_m جفت شده‌اند. اتصالات جوزفسون (JJs) با رنگ قرمز نشان داده شده است.

در مورد خاص دو کیوبیت یکسان و شرایط نقطه تبهگن¹ یعنی $n_{g1} = n_{g2} = 1/2$ که با شرایط عدم حساسیت به نویز موافق هستند، هامیلتونی در معادله (1) به صورت زیر بدست می‌آید [24]:

$$H = -\frac{1}{2}(E_{J1}S_{x1} + E_{J2}S_{x2} - 2E_mS_{zz}), \quad (2)$$

واضح است که معادله فوق مستقل از E_{Ci} . ماتریس چگالی $\rho(T)$ در تعادل گرمایی² را برای یک سامانه دو کیوبیت ابرسانا بر حسب ویژه‌مقادیر $|\psi_n\rangle$ و ویژه‌بردارهای $\langle \psi_n |$ می‌توان به صورت زیر نوشت [24]:

$$\rho(T) = \frac{1}{Z} e^{-\beta H} = \frac{1}{Z} \hat{a}_n e^{-\beta \epsilon_n} |\psi_n\rangle \langle \psi_n|, \quad (3)$$

که در آن Z تابع پارش را نشان می‌دهد و $b = 1/k_B T$ (که در آن k_B ثابت بولتزمن و T دما است) [24].

درهم‌تنیدگی کوانتومی

درهم‌تنیدگی³ نشان‌دهنده همبستگی‌های⁴ مربوط به جدایی‌ناپذیری حالت یک سامانه کوانتومی آمیخته است. اگر اندازه‌گیری⁵ روی کیوبیت اول، بر نتیجه اندازه‌گیری بر روی کیوبیت دوم اثر بگذارد، بیان می‌شود که سامانه درهم‌تنیده است، در غیر این صورت سامانه را جدایی‌پذیر⁶ می‌نامیم. درهم‌تنیدگی یک سامانه دوبخشی⁷ به راحتی با اندازه‌گیری توافقی (کانکارنس)⁸ [30-34] تعیین می‌شود که برای اولین بار وووترز⁹ [30] آن را با توجه به ویژه مقادیر I_i ماتریس چگالی به صورت زیر بیان کرد [30,32]:

$$C(r) = \max\{0, \sqrt{I_1} - \sqrt{I_2} - \sqrt{I_3} - \sqrt{I_4}\}, \quad (4)$$

توافق حالت‌های درهم‌تنیده حداکثر برابر با واحد است و برای حالت‌های جدایی‌پذیر، صفر می‌شود.

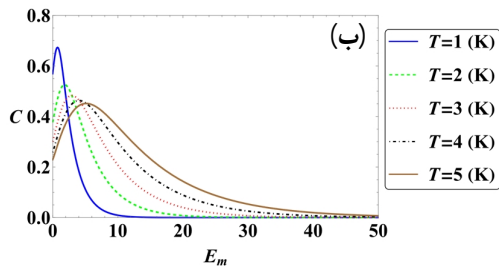
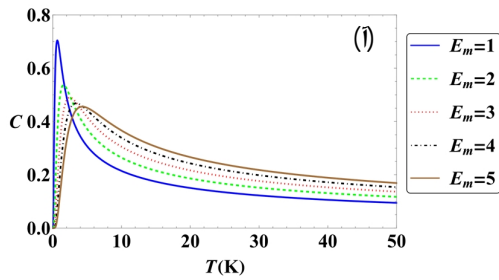
همدموسی کوانتومی

یک حالت کوانتومی r ، ناهمدوس¹⁰ است اگر حالت در یک پایه ثابت مرجع $\{|i\tilde{n}\rangle\}$ قطری باشد، یعنی $r = \hat{a}_i r_i |i\tilde{n}\rangle$ ، و در غیر این صورت، حالت کوانتومی همدوس¹¹ است، یعنی $r = \hat{a}_{i,j} r_{ij} |i\tilde{n}\rangle |j\tilde{n}\rangle$. مجموع بزرگی تمام عناصر غیرقطری ماتریس چگالی، I_1 نرم همدوس حالت کوانتومی r است که می‌توان آن را به صورت زیر نوشت [35-45]:

$$C_i(r) = \hat{a}_i |r_{ij}|. \quad (5)$$

3. Entanglement
4. Correlations
5. Measurement
6. Seprable
7. Bipartite
8. Concurrence
9. W. K. Wootters
10. Decoherence
11. Coherence

1. Degenerate
2. Thermal Equilibrium



شکل 2. رفتار کیفی درهم‌تنیدگی C برحسب T (الف) دمای T برای انرژی‌های جفت‌شدگی مختلف E_m و (ب) جفت‌شدگی متقابل E_m برای دماهای مختلف T زمانی که $E_{j1} = E_{j2} = 1$

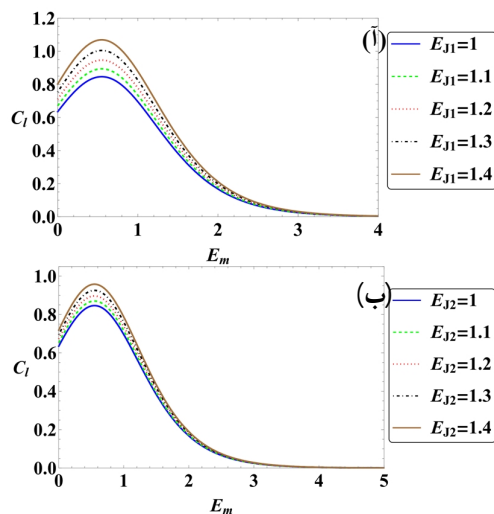
در شکل 3، رفتار هم‌دوسی بر حسب دما و انرژی جفت‌شدگی متقابل به ترتیب برای دماهای مختلف و انرژی جفت‌شدگی متقابل مختلف در شکل 3 (الف) و (ب)، تجزیه و تحلیل شده است. با افزایش E_m در شکل 3 (الف)، هم‌دوسی کوانتومی حتی برای دماهای بالا نیز حفظ می‌شود، همچنین می‌بینیم که هم‌دوسی برای $T < 10$ کلون کاهش می‌یابد، اما برای دماهای بالاتر $T > 10$ کلون درهم‌تنیدگی افزایش می‌یابد و در طول دماهای بالا از بین نمی‌رود. اما با افزایش پارامتر دما (شکل 3 (ب))، برای انرژی جفت‌شدگی بالا، اثر واهمدوسی افزایش می‌یابد، یعنی هم‌دوسی کوانتومی برای $E_m > 15$ سرکوب می‌شود. همان‌طور که بیان شد این به دلیل افزایش عدم تقارن‌پذیری درگاه‌های دو کیوبیت است.

همان‌طور که در مقدمه گفته شد، برای افزایش هم‌دوسی کوانتومی کیوبیت‌های ابررسانا، حساسیت آنها به نویز شارژ با افزودن یک ظرفیت شانت بزرگ به JJ می‌تواند کاهش یابد [24]، بنابراین، همان‌طور که در شکل 1 نشان داده شده است، خازن C_m به JJ اضافه شد.

بحث و بررسی

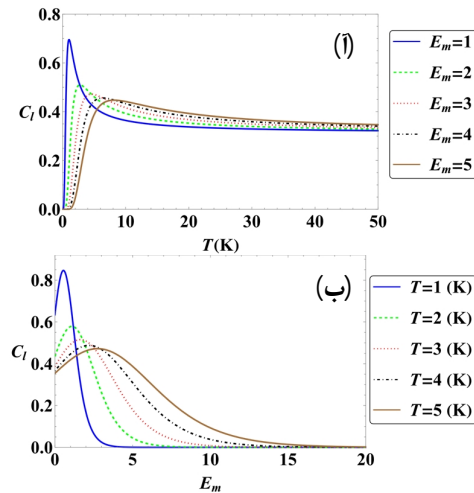
در این کار، رفتارهای کیفی درهم‌تنیدگی و هم‌دوسی به صورت عددی مورد بحث و تحلیل قرار گرفته است. از فرمول‌های محاسباتی تحلیلی در اینجا صرف نظر شده است. رفتار درهم‌تنیدگی برای مدل حاضر در شکل 2 نشان داده شده است. رفتار درهم‌تنیدگی برحسب دمای T برای انرژی‌های جفت‌شدگی متقابل E_m مختلف در شکل 2 (الف) و برحسب انرژی جفت‌شدگی متقابل برای دماهای مختلف در شکل 2 (ب) ترسیم شده است. در شکل 2 (الف) می‌بینیم که برای $T > 8$ کلون با افزایش انرژی متقابل بین دو کیوبیت، درهم‌تنیدگی افزایش می‌یابد و با افزایش دما درهم‌تنیدگی بین دو کیوبیت از بین نمی‌رود. همچنین برای $T < 8$ کلون درهم‌تنیدگی کاهش می‌شود. در شکل 2 (ب) که تکمیل‌کننده شکل 2 (الف) است، می‌بینیم که درهم‌تنیدگی با افزایش دما و افزایش انرژی جفت‌شدگی، سرکوب می‌شود که به دلیل اضافه‌شدن نویز ناشی از تقویت‌کننده‌ها در انرژی‌های جفت‌شدگی بالاتر از $E_m > 12$ خواهد بود. لذا یک حد برای افزایش انرژی جفت‌شدگی وجود دارد و ما نمی‌توانیم بیش از آن حد، انرژی جفت‌شدگی را افزایش دهیم. همچنین، با افزایش انرژی جفت‌شدگی بین کیوبیت‌ها، عدم عبور از سطح و عدم تقارن ولتاژ درگاه در طیف انرژی افزایش می‌یابد. بدین معنی که با افزایش انرژی جفت‌شدگی، ولتاژ درگاه‌های کیوبیت‌ها متفاوت خواهند شد و آن سرکوب درهم‌تنیدگی که در شکل 2 (ب) بیان شد دقیقاً از این موضوع ناشی می‌شود.

در شکل 5، رفتار همدوسی بر حسب انرژی جفت‌شدگی متقابل E_m به ترتیب برای انرژی جوزفسون کیوبیت اول مختلف E_{J1} و انرژی جوزفسون کیوبیت دوم مختلف E_{J2} در شکل 5 (الف) و (ب)، نمایش داده شده است. با افزایش E_{J1} و یا E_{J2} در شکل 5، همدوسی کوانتومی برای انرژی جفت‌شدگی کم $E_m < 3$ افزایش می‌یابد. اما برای انرژی جفت‌شدگی بالا $E_m > 3$ ، اثر همدوسی افزایش می‌یابد؛ یعنی همدوسی کوانتومی سرکوب می‌شود. می‌بینیم که در این شکل دما یک کلون در نظر گرفته شده و سامانه در اندرکنش با محیط دارای نویز کمی است. اما با این حال باز می‌بینیم که همدوسی کوانتومی با افزایش انرژی جفت‌شدگی متقابل سرکوب می‌شود. دلیل فیزیکی این امر آن است که نویز کوانتومی ناخواسته از طریق تقویت‌کننده‌ها به منظور افزایش انرژی جفت‌شدگی کیوبیت‌ها به سامانه منتقل می‌شود و همین باعث اختلال در رفتار همدوسی کوانتومی خواهد بود.



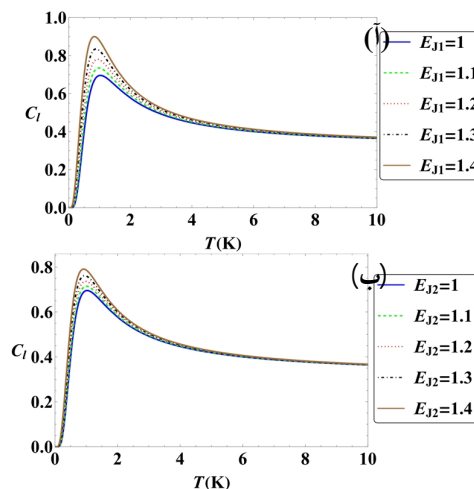
شکل 5. رفتار کیفی همدوسی C_1 بر حسب انرژی جفت‌شدگی E_m برای انرژی‌های جوزفسون کیوبیت اول مختلف E_{J1} زمانی که $T=1(K)$ و (ب) برای انرژی‌های جوزفسون کیوبیت دوم E_{J2} زمانی که $T=1(K)$

در شکل 6، مقایسه رفتارهای همدوسی و درهم‌تیدگی بر حسب دما و انرژی جفت‌شدگی متقابل به ترتیب برای انرژی جفت‌شدگی متقابل مختلف و دماهای



شکل 3. رفتار کیفی همدوسی C_1 بر حسب (الف) دمای T برای انرژی‌های جفت‌شدگی مختلف E_m و (ب) جفت‌شدگی متقابل E_m برای دماهای مختلف T زمانی که $E_{J1} = E_{J2} = 1$

در شکل 4، رفتار همدوسی بر حسب دما T به ترتیب برای انرژی جوزفسون کیوبیت اول مختلف E_{J1} و انرژی جوزفسون کیوبیت دوم مختلف E_{J2} در شکل 4 (الف) و (ب)، نمایش داده شده است. با افزایش E_{J1} و یا E_{J2} در شکل 4، همدوسی کوانتومی افزایش می‌یابد و با دمای بالا نیز سرکوب نمی‌شود.



شکل 4. رفتار کیفی همدوسی C_1 بر حسب دما T برای انرژی‌های جوزفسون کیوبیت اول مختلف E_{J1} زمانی که انرژی جفت‌شدگی $E_m = 1$ و (ب) برای انرژی‌های جوزفسون کیوبیت دوم E_{J2} زمانی که $E_m = 1$

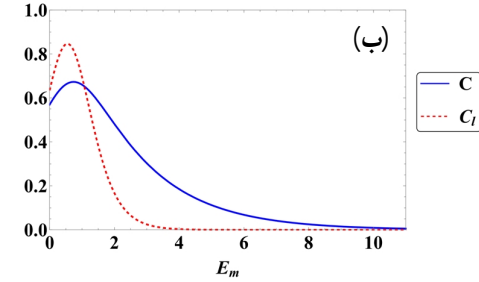
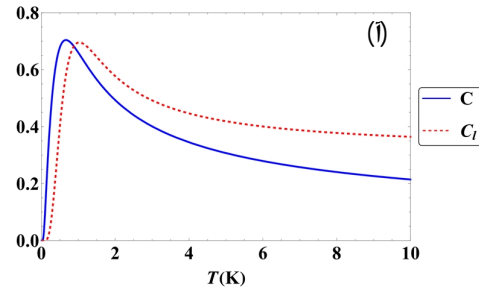
$$H = \begin{pmatrix} E_{00} & -\frac{1}{2}E_{J1} & -\frac{1}{2}E_{J2} & 0 \\ -\frac{1}{2}E_{J1} & E_{01} & 0 & -\frac{1}{2}E_{J2} \\ -\frac{1}{2}E_{J2} & 0 & E_{10} & -\frac{1}{2}E_{J1} \\ 0 & -\frac{1}{2}E_{J2} & -\frac{1}{2}E_{J1} & E_{11} \end{pmatrix} \quad (6)$$

که E_{J1}, E_{J2} انرژی جوزفسون کیوبیت اول و دوم و همچنین، $E_{00}, E_{01}, E_{10}, E_{11}$ انرژی الکترواستاتیکی سامانه هستند. انرژی الکترواستاتیکی سامانه کل برابر است با:

$$E_{n_1 n_2} = E_{c1}(n_{g1} - n_1)^2 + E_{c2}(n_{g2} - n_2)^2 + E_m(n_{g1} - n_1)(n_{g2} - n_2). \quad (7)$$

به طوری که E_{c1}, E_{c2} انرژی شار جوزفسون کیوبیت اول و دوم، $(n_1, n_2 = 0, 1)$ تعداد جفت کوپر در جعبه اول و دوم، n_{g1}, n_{g2} بارهای القاء شده بر روی دو کیوبیت ابررسانای مربوطه و E_m انرژی جفت‌شدگی است. از طرفی، کیوبیت سمت راست دارای SQUID است. علاوه بر این، هر دو کیوبیت یک درگاه پالس مشترک دارند اما درگاه‌ها، پروب‌ها و مخازن dc آنها مجزا هستند. درگاه پالس مشترک بدین معنی است که درگاه‌های ولتاژ کیوبیت‌ها دارای تقارن هستند و در ادامه خواهیم دید که این تقارن در آزمایشگاه به چه معنی خواهد بود. هنگامی که سامانه به صورت غیرآدیاباتیکی¹ به نقطه $n_{g1} = 0.5$ یا $n_{g2} = 0.5$ تحریک می‌شود، مانند یک کیوبیت منفرد بین حالت‌های تبهگن نوسان می‌کند [46]، یعنی داریم $n_{g1} = n_{g2} = 0.5$ و $E_{00} = E_{11}$ و $E_{01} = E_{10}$ این نوسانات که ناشی از غیرآدیاباتیکی بودن ولتاژها است منجر به نوسانات کوانتومی خواهد شد [46]. پس به وضوح بیان می‌کنیم که زمانی که دو کیوبیت ناهمسان داریم، در اصل یک سامانه دو تراز را در حضور نوسانات کوانتومی بررسی می‌کنیم و در ادامه به آن می‌پردازیم.

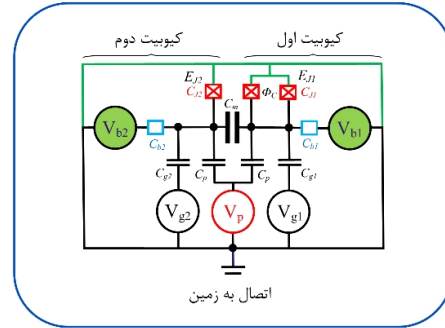
مختلف در شکل 6 (ا) و (ب)، بررسی شده است. کاملاً واضح است که رفتارهای همدوسی و درهم‌تنیدگی تا حدودی مشابه یکدیگر هستند و نقاط ماکزیمم منحنی‌ها دارای هم‌پروزی نیستند.



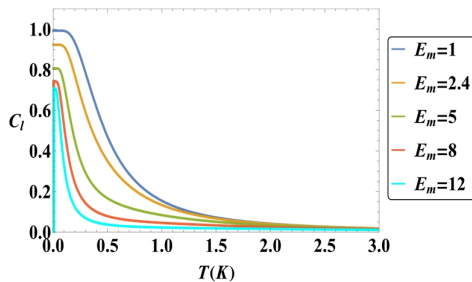
شکل 6. مقایسه رفتارهای کیفی درهم‌تنیدگی C و همدوسی C_1 برحسب (ا) دمای T زمانی که $E_m=1$ و (ب) جفت‌شدگی متقابل E_m زمانی که $E_{J1} = E_{J2} = 1$ و $T=1(K)$

تا اینجا سامانه‌ای را بررسی کردیم که در آن دو کیوبیت بار همسان توسط یک خازن بزرگ با یکدیگر جفت‌شده بودند. همان‌طور که می‌دانیم برای طرح‌های جفت‌شدگی بین دو کیوبیت ابررسانا، سناریوهای مختلفی می‌توان به کار برد. سوالی که مطرح می‌شود این است که زمانی که دو کیوبیت ناهمسان با یکدیگر جفت شوند، فیزیک مسئله و نتایج چه تغییری خواهند کرد؟ برای پاسخ به این سوال سامانه‌ای که در آن دو کیوبیت ناهمسان که به صورت الکترواستاتیکی توسط یک خازن C_m روی تراشه جفت می‌شوند، در نظر بگیرید (شکل 7). هامیلتونی این سامانه در تقریب چهار تراز برابر است با [46]:

اما درگاه‌های ولتاژ آنها با افزایش انرژی جفت‌شدگی متقابل دارای عدم تقارن می‌شوند و طبیعی است که هم‌دوسی کوانتومی نیز سرکوب شود. علاوه بر این، مشاهده می‌شود، همان‌طور که هم‌دوسی کوانتومی با توجه به این شکل در دماهای زیر یک کلون دارای عملکرد بهتری است پس این سامانه دو کیوبیتی ناهمسان جفت‌شده نیز در دماهای کمتر از یک کلون دارای عملکرد مناسب خواهد بود.



شکل 7. طرح‌واره یک سامانه دو کیوبیت ابرسانای ناهمسان که توسط یک خازن C_m جفت شده‌اند.



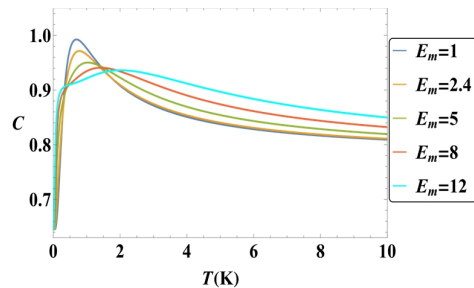
شکل 9. رفتار کیفی هم‌دوسی C_1 در یک سامانه دو کیوبیتی ناهمسان جفت‌شده برحسب دمای T برای انرژی‌های جفت‌شدگی مختلف E_m زمانی که $E_{j1} = E_{j2} = 1$

با مقایسه شکل‌های 8 و 9 با یکدیگر به این نتیجه دست می‌یابیم که رفتارهای کیفی درهم‌تنیدگی و هم‌دوسی کوانتومی در سامانه دو کیوبیت ناهمسان جفت‌شدگی، مشابه یکدیگر نیستند و این مسئله می‌تواند مورد پژوهش علاقه‌مندان در این زمینه قرار گیرد.

بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله، ما یک سامانه درهم‌تنیده دو کیوبیتی ابرسانای یکسان را مدل‌سازی کردیم که در آن J ها با یک خازن ثابت جفت شده‌اند. رفتارهای کیفی درهم‌تنیدگی و هم‌دوسی و مقایسه بین آنها در این مدل به‌صورت عددی مورد بررسی قرار گرفت. نتایجی که از این کار استنتاج شد عبارتست از: رفتارهای درهم‌تنیدگی و هم‌دوسی برای این مدل، تاحدودی مشابه هم هستند. هم در هم‌دوسی و هم در درهم‌تنیدگی دیدیم که برای افزایش انرژی جفت‌شدگی متقابل بین دو کیوبیت، یک حد وجود دارد که نمی‌توان از آن عبور کرد. عدم عبور از سطح و عدم تقارن ولتاژ درگاه (گیت) در طیف انرژی نیز دارای یک حد ناشی از انرژی جفت‌شدگی خواهد بود. از طرفی

از آن جایی که در این کار تنها جفت‌شدگی کیوبیت‌های همسان مورد نظر است، تنها به ذکر دو مورد از نتایج حاصل از جفت‌شدگی کیوبیت‌های ناهمسان برای درک بهتر انواع سناریوهای جفت‌شدگی می‌پردازیم. در شکل 8، رفتار کیفی درهم‌تنیدگی برای یک سامانه دو کیوبیتی ناهمسان جفت‌شده بر حسب دما ترسیم شده است که همان نتایج شکل 2 (ا) را بیان می‌کند.



شکل 8. رفتار کیفی درهم‌تنیدگی C در یک سامانه دو کیوبیتی ناهمسان جفت‌شده برحسب دمای T برای انرژی‌های جفت‌شدگی مختلف E_m زمانی که $E_{j1} = E_{j2} = 1$

در شکل 9، رفتار هم‌دوسی کوانتومی برای یک سامانه دو کیوبیتی ناهمسان جفت‌شده برحسب دما با انرژی‌های جفت‌شدگی مختلف نمایش داده شده است. نتایج حاصل از این شکل کمی متفاوت‌تر از شکل 3 (ا) است. در اینجا به وضوح دیده می‌شود که با افزایش انرژی جفت‌شدگی متقابل کیوبیت‌ها، هم‌دوسی کوانتومی سرکوب می‌شود. دلیل فیزیکی این امر آن است که در این سامانه، دو کیوبیت توسط یک درگاه پالس مشترک تحریک می‌شوند

که می‌تواند انگیزه‌ای به‌منظور پژوهش برای دانشمندان و پژوهشگران در جهت بهبود عملکرد این سامانه‌ها باشد. از مهم‌ترین کاربردهای این پژوهش می‌توان به بهبود عملکرد کیوبیت‌های درهم‌تنیده در کامپیوترهای کوانتومی و رادارهای کوانتومی اشاره کرد. در رادارهای کوانتومی، درهم‌تنیدگی و هم‌دوسی دو فاکتور مهم سامانه هستند که با تغییر انرژی جفت‌شدگی بین دو کیوبیت و انرژی جوزفسون کیوبیت‌ها حتی در دماهای بالا نیز درهم‌تنیدگی بین دو کیوبیت و هم‌دوسی حالت آنها حفظ می‌شود که باعث بهبود عملکرد تقویت‌کننده پارامتری جوزفسون و در نهایت بهبود عملکرد رادار کوانتومی خواهد شد.

دیدیم که در دماهای بالا، با افزایش انرژی جفت‌شدگی، درهم‌تنیدگی بین دو کیوبیت و هم‌دوسی حالت کوانتومی آنها حفظ خواهد شد. با بررسی رفتار هم‌دوسی با توجه به افزایش انرژی جوزفسون کیوبیت‌های اول و دوم زمانی که همزمان دما نیز افزایش می‌یابد، مشاهده شد که هم‌دوسی کوانتومی نیز متقابلاً افزایش می‌یابد.

از طرفی، تفاوت بین یک سامانه دو کیوبیتی همسان و ناهمسان جفت‌شده را بیان کردیم و تفاوت آنها را در رفتارهای درهم‌تنیدگی و هم‌دوسی کوانتومی مورد ارزیابی قرار دادیم. به طوری که متوجه شدیم رفتارهای درهم‌تنیدگی و هم‌دوسی کوانتومی در یک سامانه دو کیوبیتی ناهمسان جفت‌شده با یکدیگر متفاوت هستند

منابع

- [1] Memoria, Minakshi, Anuj Kumar, and Sunil Ghildiyal. "A Rapid Computing Technology on Profound Computing Era with Quantum Computing." In *Rising Threats in Expert Applications and Solutions*, pp. 559-565. Springer, Singapore, 2022.
- [2] Feynman, R. P. *Simulating Physics with computers*. *Int. J. Theor. Phys.* 21, 467-488 (1982).
- [3] D. Luong, C. W. S. Chang, A. M. Vadiraj, A. Damini, C. M. Wilson, B. Balaji, Receiver operating characteristics for a prototype quantum two-mode squeezing radar. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.* 56, 2041-2060 (2019).
- [4] C. S. Chang, A. M. Vadiraj, J. Bourassa, B. Balaji, C. M. Wilson, "Quantum-enhanced noise radar." *Appl. Phys. Lett.* 114, 112601 (2019).
- [5] D. Luong, B. Balaji, C.W. S. Chang, V. M. A. Rao, C. M. Wilson, Microwave quantum radar: An experimental validation, In 2018 International Carnahan Conference on Security Technology (ICCST), (IEEE, 2018), pp. 1-5.
- [6] D. Luong, S. Rajan, and B. Balaji, Entanglement-based quantum radar: From myth to reality. *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst. Magazine*, 35, 22-35 (2020)
- [7] D. Luong, S. Rajan, and B. Balaji, Are quantum radar arrays possible?. In 2019 IEEE International Symposium on Phased Array System & Technology (PAST), (IEEE, 2019), pp. 1-4.
- [8] D. Luong, and B. Balaji, Quantum radar, quantum networks, not-so-quantum hackers. In *Signal Processing, Sensor/Information Fusion, and Target Recognition XXVIII*, vol. 11018. International Society for Optics and Photonics, (2019), p. 110181E.
- [9] S. Barzanjeh, S. Guha, C. Weedbrook, D. Vitali, J. H. Shapiro, S. Pirandola, Microwave quantum illumination. *Phys. Rev. Lett.*, 114, 080503 (2015).
- [10] S. Barzanjeh, S. Pirandola, D. Vitali, J. M. Fink, Microwave quantum illumination using a digital receiver. *Sci. Adv.* 6, eabb0451 (2020).
- [11] L. Maccone, C. Ren, Quantum radar. *Phys. Rev. Lett.*, 124, 200503 (2020).
- [12] S. Pirandola, B. R. Bardhan, T. Gehring, C. Weedbrook, and S. Lloyd, Advances in photonic quantum sensing. *Nat. Photonics* 12, 724-733 (2018).
- [13] M. Lanzagorta, Quantum radar. *Synthesis Lectures on Quantum Computing* 3, 1-139 (2011).
- [14] D. Luong, and B. Balaji, Quantum two-mode squeezing radar and noise radar: covariance matrices for signal processing. *IET Radar, Sonar & Navigation* 14, 97-104 (2020).
- [15] D. Luong, S. Rajan, and B. Balaji, Quantum two-mode squeezing radar and noise radar: Correlation coefficients for target detection. *IEEE Sens. J.* 20, 5221-5228 (2020).
- [16] Hosseiny, Seyed Mohammad, Milad Norouzi, Jamileh Seyed-Yazdi, and Moham-

- mad Hossein Ghamat. "Engineered Josephson Parametric Amplifier in quantum two-modes squeezed radar." arXiv preprint arXiv:2205.06344 (2022).
- [17] Peng, Kaidong, Mahdi Naghiloo, Jennifer Wang, Yanjie Qiu, Yufeng Ye, Kyle Serniak, Alexander Melville et al. "Floquet Mode Josephson Traveling Wave Parametric Amplifier." *Bulletin of the American Physical Society* (2022).
- [18] J. Grebel, A. Bienfait, É. Dumur, H-S. Chang, M-H. Chou, C. R. Conner, G. A. Pears, R. G. Povey, Y. P. Zhong, and A. N. Cleland, Flux-pumped impedance-engineered broadband Josephson parametric amplifier. *Appl. Phys. Lett.*, 118, 142601 (2021).
- [19] Pagano, S., C. Barone, M. Borghesi, W. Chung, G. Carapella, A. P. Caricato, I. Carusotto et al. "Development of quantum limited superconducting amplifiers for advanced detection." *IEEE Transactions on Applied Superconductivity* 32, no. 4 (2022): 1-5.
- [20] Malnou, M., J. Aumentado, M. R. Vissers, J. D. Wheeler, J. Hubmayr, J. N. Ullom, and J. Gao. "Performance of a Kinetic Inductance Traveling-Wave Parametric Amplifier at 4 Kelvin: Toward an Alternative to Semiconductor Amplifiers." *Physical Review Applied* 17, no. 4 (2022): 044009.
- [21] Pan, Feng, and Pan Zhang. "Simulation of quantum circuits using the big-batch tensor network method." *Physical Review Letters* 128, no. 3 (2022): 030501.
- [22] Huang, Zhenyu, and Siwei Sun. "Synthesizing Quantum Circuits of AES with Lower T-depth and Less Qubits." *Cryptology ePrint Archive* (2022).
- [23] Meister, Richard, Cica Gustiani, and Simon C. Benjamin. "Exploring ab initio machine synthesis of quantum circuits." arXiv preprint arXiv:2206.11245 (2022).
- [24] El-Qahtani, Zainab MH, K. Berrada, S. Abdel-Khalek, and H. Eleuch. "Thermal Fisher information and entropy squeezing for superconducting qubits." *Results in Physics* (2022): 105639.
- [25] Song, Chao, Kai Xu, Wuxin Liu, Chui-ping Yang, Shi-Biao Zheng, Hui Deng, Qiwei Xie et al. "10-qubit entanglement and parallel logic operations with a superconducting circuit." *Physical review letters* 119, no. 18 (2017): 180511.
- [26] Bernien, Hannes, Sylvain Schwartz, Alexander Keesling, Harry Levine, Ahmed Omran, Hannes Pichler, Soonwon Choi et al. "Probing many-body dynamics on a 51-atom quantum simulator." *Nature* 551, no. 7682 (2017): 579-584.
- [27] Zhang, Jiehang, Guido Pagano, Paul W. Hess, Antonis Kyprianidis, Patrick Becker, Harvey Kaplan, Alexey V. Gorshkov, Z-X. Gong, and Christopher Monroe. "Observation of a many-body dynamical phase transition with a 53-qubit quantum simulator." *Nature* 551, no. 7682 (2017): 601-604.
- [28] Sung, Kevin J., Jiahao Yao, Matthew P. Harrigan, Nicholas C. Rubin, Zhang Jiang, Lin Lin, Ryan Babbush, and Jarrod R. McClean. "Using models to improve optimizers for variational quantum algorithms." *Quantum Science and Technology* 5, no. 4 (2020): 044008.
- [29] Shaw, M. D., Justin F. Schneiderman, J. Bueno, B. S. Palmer, Per Delsing, and P. M. Echternach. "Characterization of an entangled system of two superconducting qubits using a multiplexed capacitance measurement." *Physical Review B* 79, no. 1 (2009): 014516.
- [30] W. K. Wootters, "Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits," *Physical Review Letters*, vol. 80, p. 2245, 1998.
- [31] C. H. Bennett, D. P. DiVincenzo, J. A. Smolin, and W. K. Wootters, "Mixed-state entanglement and quantum error correction," *Physical Review A*, vol. 54, p. 3824, 1996.
- [32] Ficek, Z., and R. Tanaś. "Dark periods and revivals of entanglement in a two-qubit system." *Physical Review A* 74, no. 2 (2006): 024304.
- [33] Biswas, George, Anindya Biswas, and Ujjwal Sen. "Shared purity and concurrence of a mixture of ground and low-lying excited states as indicators of quantum phase transitions." arXiv preprint arXiv:2202.03339 (2022).
- [34] Fan, Xiao-Gang, Huan Yang, Fei Ming, Dong Wang, and Liu Ye. "Constraint Relation Between Steerability and Concurrence for Two-Qubit States." *Annalen der Physik* 533, no. 8 (2021): 2100098.
- [35] Zhao, Ming-Jing, Teng Ma, Quan Quan, Heng Fan, and Rajesh Pereira. "1 1-norm coherence of assistance." *Physical Review A* 100, no. 1 (2019): 012315.

- [36] Ma, Teng, Ming-Jing Zhao, Hai-Jun Zhang, Shao-Ming Fei, and Gui-Lu Long. "Accessible coherence and coherence distribution." *Physical Review A* 95, no. 4 (2017): 042328.
- [37] Zhao, Ming-Jing, Teng Ma, and Shao-Ming Fei. "Coherence of assistance and regularized coherence of assistance." *Physical Review A* 96, no. 6 (2017): 062332.
- [38] Kim, Kwang-II, Myong Chol Pak, Ok Song An, Un Gyong Ri, Myong-Chol Ko, and Nam-Chol Kim. "Quantum entanglement and coherence of tripartite W state for Dirac fields under noisy channels in non-inertial frames." *Physica Scripta* (2022).
- [39] Xu, Jianwei. "l 1 norm of coherence is not equal to its convex roof quantifier." *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* 55, no. 14 (2022): 145302.
- [40] Ferreira, Diego LB, Thiago O. Maciel, Reinaldo O. Vianna, and Fernando Iemini. "Quantum correlations, entanglement spectrum, and coherence of the two-particle reduced density matrix in the extended Hubbard model." *Physical Review B* 105, no. 11 (2022): 115145.
- [41] Sun, Kai, Zheng-Hao Liu, Yan Wang, Ze-Yan Hao, Xiao-Ye Xu, Jin-Shi Xu, Chuan-Feng Li et al. "Activation of indistinguishability-based quantum coherence for enhanced metrological applications with particle statistics imprint." *Proceedings of the National Academy of Sciences* 119, no. 21 (2022): e2119765119.
- [42] Ray, Tanaya, Ahana Ghoshal, Arun Kumar Pati, and Ujjwal Sen. "Estimating quantum coherence by noncommutativity of any observable and its incoherent part." *Physical Review A* 105, no. 6 (2022): 062423.
- [43] Mishra, Sandeep, Kishore Thapliyal, and Anirban Pathak. "Attainable and usable coherence in X states over Markovian and non-Markovian channels." *Quantum Information Processing* 21, no. 2 (2022): 1-27.
- [44] Van Vu, Tan, and Keiji Saito. "Finite-time quantum Landauer principle and quantum coherence." *Physical review letters* 128, no. 1 (2022): 010602.
- [45] Baumgratz, Tillmann, Marcus Cramer, and Martin B. Plenio. "Quantifying coherence." *Physical review letters* 113, no. 14 (2014): 140401.
- [46] Yu A. Pashkin, et al. "Quantum oscillations in two coupled charge qubits." *Nature* 421, no. 6925 (2003): 823-826.

COPYRIGHTS



© 2022 by the authors Licensee PNU, Tehran, Iran This article is an open access article distributed under the terms and conditions of the Creative Commons Attribution 4 0 International (CC BY4 0) (<http://creativecommons.org/licenses/by/4 0>)