BiQuarterly Journal of
Optoelectronic
Year 4, No. 2, Serial Number 11, Spring & Summer 2022
(P 89-96)
DOI: https://doi.org/10.30473/jphys.2023.66742.1134

دوفصلنامه
اپتوالکترونیک
سال چهارم، شماره دوم، پیاپی 11، بهار و تابستان 1401 (ص 89 - 96)

«مقاله پژوهشی»

بررسی درهم‌تنیدگی حالت‌های چلانده با استفاده از تحلیل تابع ویگنر

سید علی هاشمی زاده عقدا[1*]، **مرضیه عزیزی**[2]
1. استاد، گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران
2. دانشجوی کارشناسی ارشد، گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور، تهران، ایران

تاریخ دریافت: 1401/05/23 **تاریخ پذیرش**: 1401/06/31

Investigating the Entanglement of Squeezing States Using Wigner Function Analysis

S.A. Hashemizade[*1], **M. Azizi**[2]
1. Professor, Department of Physics, Payame Noor University, Tehran, Iran
2. Ms.C. Student, Department of Physics, Payame Noor University, Tehran, Iran

Received: 2022/08/14 **Accepted:** 2022/09/22

Abstract
In this article, we investigate photonic squeezed states with a special initial state. For this purpose, first, we consider a special initial state of two modes, then we squeezed one or two modes. In the following, we describe a method based on the Wigner function for the entanglement of the system, first we write the state of the system in the phase space using the Wigner function, and then apply the squeezing operator to the Wigner function of a system, next the state of the system transferred from the phase space to the Hilbert space. I do. In the end, we obtain the degree of entanglement for N=1,2 states by using concurrence. In this article, you can see the effect of the initial state and the number of modes used on the degree of entanglement of the system.

Keywords
Entanglement. Squeezed State, The Wigner Function

چکیده
در این مقاله به بررسی حالت‌های چلانده فوتونی با حالت اولیه مورد نظر می‌پردازیم. بدین منظور ابتدا یک حالت اولیهٔ خاص در نظر می‌گیریم و سپس یک یا دو مد را چلانده می‌کنیم. در ادامه روشی را بر اساس تابع ویگنر برای محاسبه میزان درهم تنیدگی سیستم بیان می‌کنیم. ماتریس چگالی سیستم را با استفاده از تابع ویگنر در فضای فاز می‌نویسیم و سپس بعد از اعمال چلاندگی، حالت سیستم را از فضای فاز به فضای هیلبرت انتقال می‌دهیم. در انتها با استفاده از پارامتر تلاقی میزان درهم تنیدگی را برای حالت‌های N=1,2 به دست می‌آوریم.

واژه‌های کلیدی
حالت NOON، چلاندگی، تابع ویگنر، درهم تنیدگی

*Corresponding Author: a.hashemizadeh@pnu.ac.ir

*** نویسنده مسئول**: سید علی هاشمی زاده عقدا

مقدمه

پیدا کردن مرز میان دنیای کلاسیک و کوانتوم یکی از مسائل مهم در فیزیک بنیادی است. برای مطالعه این مرز ما پدیده درهم تنیدگی را انتخاب کردیم. بدین گونه عمل می‌کنیم که یک سیستم دو بخشی میکروسکوپیک درهم تنیده را انتخاب می‌کنیم و سایز یکی از بخش‌ها را افزایش می‌دهیم و هر کجا که درهم تنیدگی (که در اینجا از آن بعنوان درهم تنیدگی ماکروسکوپیک یاد می‌شود) از میان رفت، به عنوان گذار در نظر می‌گیریم [1-3]. پدیدهٔ درهم تنیدگی یکی از پدیده‌های مهم در فیزیک کوانتومی به شمار می‌رود که کاربردهای فراوانی در دهه اخیر، از جمله کامپیوترهای کوانتومی، رمزنگاری کوانتومی و... پیدا کرده است [4 و5]. درهم تنیدگی اولین بار در آزمایش EPR معرفی گردید [6]. درهم تنیدگی ماکروسکوپیک نیز اولین بار در آزمایش ذهنی گربه شرودینگر به چشم خورد، جایی که یک گربه(بخش ماکروسکوپیک) و یک ماده رادیواکتیو (بخش میکروسکوپیک) با هم درهم تنیده‌اند [7]. درهم تنیدگی ماکروسکوپیک در سیستم‌های مختلفی بررسی شده است. در ابتدا حالت‌های درهم تنیدهٔ ماکروسکوپیک با استفاده از اتم‌ها ایجاد می‌شدند [8-9-10]. سپس نور و حالت‌های مختلف آن شامل حالت همدوس و حالت چلانده به دلیل در دسترس بودن و سادگی در استفاده برای تولید حالت‌های مختلف درهم تنیده به عنوان یک کاندیدای مناسب برای مطالعه درهم تنیدگی کوانتومی به کار رفتند [11]. در اوایل قرن بیست با استفاده از حالت‌های مختلف نور، حالت‌های درهم تنیده ماکروسکوپیک بررسی گردید [12 و 13].

لووسکی و قبادی از حالت درهم تنیدهٔ تک فوتونی به عنوان حالت اولیه دوبخشی میکروسکوپیک استفاده کردند. لووسکی یکی از دو مد را توسط عملگر جابجایی تقویت نمود و درهم تنیدگی ماکرو-میکرو را ایجاد کرد [14]. قبادی برای تقویت یک مد از عملگر چلاندگی استفاده کرد [15]. آنها فقط یک مد را تقویت و تأثیر افزایش تعداد فوتون را بررسی کردند. در دو مقاله دیگر حالت‌هایی مشاهده گردید که هر دو بخش سیستم ماکروسکوپیک شده بودند و درهم تنیدگی ماکرو- ماکرو برای سیستم‌های متفاوتی به وجود آورده بودند. در منبع [16] تداخل یک مد همدوس با یک تک فوتون را بررسی کرده‌اند و در منبع [17] دو مد همدوس به وسیله فوتون‌های افزوده درهم‌تنیده با همدیگر درهم‌تنیده شده‌اند و حالت‌های ماکروسکوپیک را تشکیل داده‌اند. در این مقاله ابتدا حالت NOON را به عنوان حالت اولیه تحلیل می‌کنیم و حالت‌های n= 1،2 را به عنوان حالت‌های خاص بررسی می‌کنیم. در ادامه با استفاده از عملگر چلاندگی، درهم تنیدگی میکرو –ماکرو و هم درهم‌تنیدگی ماکرو ماکرو تولید می‌کنیم. هدف از بررسی همزمان این دو، بررسی تأثیر حالت اولیه و تعداد فوتون‌های اولیه و هدف مهم‌تر پاسخ به این سوال است که وقتی تعداد مساوی فوتون در سیستم داریم، آیا بین درهم‌تنیدگی میکرو-ماکرو و ماکرو-ماکرو تفاوتی وجود دارد یا نه و در صورت وجود علت این تفاوت چیست؟ برای سنجش میزان درهم تنیدگی بین این سیستم‌ها ما از سنجه پارامتر تلاقی ووترز استفاده می‌کنیم. این سنجه هم برای سیستم‌های خالص و مرکب دو بخشی بسیار عالی عمل می‌کند.

در این مقاله همچنین از تابع ویگنر استفاده می‌کنیم و حالت اولیه را در فضای فاز به دست می‌آوریم و سپس چلاندگی را در فضای فاز بر آن اعمال می‌کنیم. فضای فاز به دلیل اینکه می‌توان ویژگی‌های بسیار زیادی مثل اثر اتلاف، اثر همدوسی و چلاندگی را بر سیستم اولیه به راحتی اعمال کرد، بسیار مفید است.

حالت عمومی NOON

ابتدا حالت عمومی NOON را بررسی می‌کنیم که به صورت زیر معرفی می‌گردد:

$$|\Psi_{\mathrm{NOON}}\rangle = \frac{|N\rangle_A|0\rangle_B + |0\rangle_A|N\rangle_B}{\sqrt{2}} \qquad (1)$$

که یک حالت درهم‌تنیده است و حالت فوک $|N>$ و حالت خلاء $|0>$ برهم عمد هستند. تابع موج حالت N فوتونی به صورت زیر در فضای مکان تعریف می‌گردد:

$$\psi_N(q) = < q|N > = \frac{H_N(q)}{\sqrt{2^N N! \sqrt{\pi}}} \exp\left(-\frac{q^2}{2}\right) \quad (2)$$

که $H_N(q)$ چند جمله‌ای هرمیتی است.

در ادامه یکی از دو مد را تقویت می‌کنیم تا حالت میکرو- ماکرو تولید شود. برای این منظور از عملگر چلاندگی

استفاده می‌کنیم [18].

$$S(r) = e^{\frac{r}{2}\left(a^2 - a^{\dagger 2}\right)} \tag{3}$$

و حالت میکرو ماکرو به صورت زیر در می‌آید:

$$|\Psi_{1,s}\rangle = \frac{|N\rangle_A S(r)|0\rangle_B + |0\rangle_A S(r)|N\rangle_B}{\sqrt{2}} \tag{4}$$

حالت ماکرو- ماکرو را نیز به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\Psi_{2,s}\rangle = \frac{S(r)|N\rangle_A S(r)|0\rangle_B + S(r)|0\rangle_A S(r)|N\rangle_B}{\sqrt{2}} \tag{5}$$

حالت چلانده N فوتونی که با اعمال عملگر چلاندگی بر حالت فوک |N> ایجاد می‌شود به صورت زیر محاسبه می‌شود [19]:

$$s|m\rangle = |m,r\rangle = \Sigma_n \alpha_n |n\rangle \tag{6}$$

$$\alpha_n(r) = < n|m,r > \tag{7}$$

$$\langle n|m,r\rangle = \frac{(m!n!)^{\frac{1}{2}}}{\cosh(r)^{\frac{n+m+1}{2}}} \times \Sigma_k^{\min(m,n)} \left(\frac{\sinh(r)}{2}\right)^{\frac{n+m-2k}{2}} \frac{(-1)^{\frac{n-k}{2}}}{k!\left(\frac{m-k}{2}\right)!\left(\frac{n-k}{2}\right)!} \tag{8}$$

$$k = \begin{cases} 0,2,4,6,\dots & n,m \text{ even} \\ 1,3,5,7,\dots & n,m \text{ odd} \end{cases} \tag{9}$$

میزان چشم داشتی تعداد فوتون نیز برابر است با:

$$n_N = \langle N|S^\dagger(r)a^\dagger a S(r)|N\rangle = N + (N+1)\sinh(r)^2 \tag{10}$$

که میانگین تعداد فوتون در حالت میکرو ماکرو برابر است با:

$$n_{s,1} = \frac{(n_0 + n_N)}{2} \tag{11}$$

و برای حالت ماکرو ماکرو برابر است:

$$n_{s,2} = (n_0 + n_N) \tag{12}$$

روش‌ها

برای مطالعه درهم‌تنیدگی از روش مقاله [15] استفاده می‌کنیم. در این روش ابتدا برای حالت اولیه تابع ویگنر را می‌نویسیم و سپس چلاندگی را در فضای فاز بر آن اعمال می‌کنیم. در انتها با استفاده از رابطه همپوشانی حالت نهایی را به صورت یک ماتریس چگالی به دست می‌آوریم و با استفاده از روش تصویر ماتریس چگالی 4 در 4 را به دست می‌آوریم. تابع ویگنر به صورت زیر تعریف می‌گردد [20]:

$$W_{m,n}(q,p) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(ipx) < q + \frac{x}{2}|m >< n|q - \frac{x}{2} > dx \tag{13}$$

که برای حالت NOON به صورت زیر در می‌آید:

$$W_{in}(q_A,P_A,q_B,P_B) = \frac{1}{2}\sum_{m,n=0,N} W_{m,n}\,(q_A,P_A)\, W_{N-m,\,N-n}(q_B,P_B) \tag{14}$$

چلاندگی به صورت زیر در فضای فاز اعمال می‌شود:

$$q \to e^r q\,, \qquad p \to e^{-r} p \tag{15}$$

برای حالت میکرو ماکرو و برای حالت ماکرو ماکرو به صورت زیر در می‌آید:

Micro- macro

$$W_{out}(q_A,p_A,q_B,p_B)\, \frac{1}{2}\Sigma_{m,n=0}^{2} W_{m,n}\,(q_A,\ p_A)\ W_{2-m,2-n}(e^r q_B, e^{-r} p_B) \tag{16}$$

Macro- macro

$$W_{out}(q_A,p_A,q_B,p_B)\, \frac{1}{2}\sum_{m,n=0}^{N} W_{m,n}\,(e^r\, q_A, e^{-r}\, p_A)\ W_{N-m,N-n}(e^r q_B, e^{-r} p_B) \tag{17}$$

رابطه همپوشانی نیز برابر است:

$$\rho_{mn} = \frac{1}{4\pi^2}\int_{-\infty}^{+\infty} W_{mn}\, W_{final}\, dx\, dp \tag{18}$$

محاسبه درهم تنیدگی

حال با استفاده از سنجه پارامتر تلاقی، مقادیر حالت‌های درهم تنیدگی به دست آمده را محاسبه می‌کنیم. برای این

منظور از رابطه معرفی شده توسط وترز[21] استفاده می‌کنیم

$$C(\rho) = \max\{0, \sqrt{\lambda_1} - \sqrt{\lambda_2} - \sqrt{\lambda_3} - \sqrt{\lambda_4}\} \quad (19)$$

در جایی که $(\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \lambda_4)$ λ_i مقادیر ویژه ماتریس $R=\rho\tilde{\rho}$ هستند، آن $\tilde{\rho}$ به صورت زیر تعیین می‌شود:

$$\tilde{\rho} = \left(\sigma_x \otimes \sigma_y\right) \rho^* \left(\sigma_x \otimes \sigma_y\right) \quad (20)$$

در اینجا ρ^* مزدوج مختلط ρ در پایه‌های $|00>$ ، $|01>, |10>, |11>$ و σ_i $(i=x,y,z)$ ماتریس پائولی است.

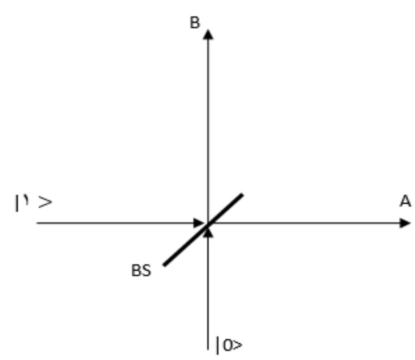
حالت خاص N =1

اگر N =1 در نظر بگیریم، حالت اولیه به حالت درهم تنیده تک فوتونی تبدیل می‌شود که نوعی از حالت بل است. این حالت با ارسال یک تک فوتون در یک ورودی و حالت خلا در ورودی دیگر یک باریکه شکن به وجود می‌آید (شکل1) [15]

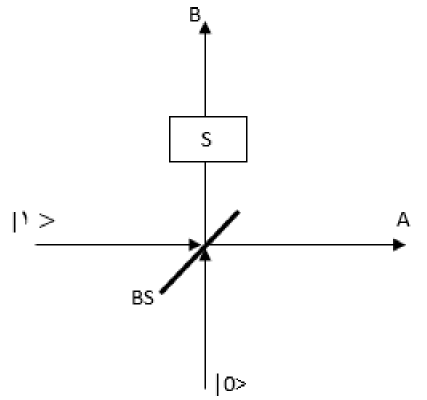
$$|\Psi_{in}\rangle = \frac{|1\rangle_A|0\rangle_B + |0\rangle_A|1\rangle_B}{\sqrt{2}} \quad (21)$$

حالت میکرو ماکرو برابر است با (شکل2):

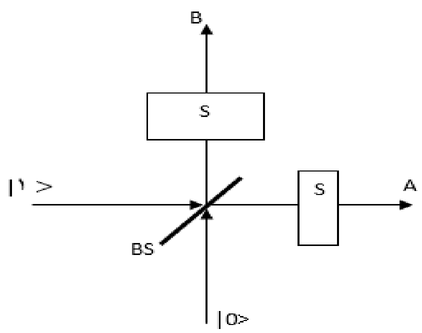
$$|\Psi_{1,s}\rangle = \frac{|1\rangle_A|S_0\rangle_B + |0\rangle_A|S_1\rangle_B}{\sqrt{2}} \quad (22)$$



شکل 1. طرحی برای تولید حالت درهم تنیدهٔ تک فوتونی، در یک ورودی از یک باریکه شکن یک حالت خلاء و در ورودی دیگر تک فوتون وارد می‌شود. حالت بعد از باریکه شکن یک حالت درهمتنیده تک فوتونی است.



شکل 2. طرحی برای تولید حالت میکرو ماکرو درهم تنیده، بعد از باریکه شکن حالت سیستم، حالت درهم تنیده تک فوتونی است. اگر در یک مسیر (مثلا B) یک بلور غیرخطی قرار دهیم، در مسیر B حالت ماکروسکوپیک ایجاد می‌شود و حالت نهایی حالت درهم تنیده میکرو-ماکرو است.



شکل 3. طرحی برای تولید حالت ماکرو - ماکرو درهم تنیده، بعد از باریکه شکن حالت سیستم، حالت درهم تنیده تک فوتونی است. اگر در هر دو مسیر بلور غیرخطی قرار دهیم، در هر دو مسیر حالت ماکروسکوپیک ایجاد می‌شود و حالت نهایی حالت درهم تنیده ماکرو-ماکرو است.

و چشم داشتی تعداد فوتونی برابر است:

$$n_0 = \langle S_0|a^{\dagger}a|S_0\rangle = \sinh(r)^2 \quad (23)$$

و حالت ماکرو ماکرو برابر است با(شکل3):

$$|\Psi_{2,s}\rangle = \frac{|S_1\rangle_A|S_0\rangle_B + |S_0\rangle_A|S_1\rangle_B}{\sqrt{2}} \quad (24)$$

و چشم داشتی تعداد فوتون برابراست با:

$$n_1 = \langle S_1|a^{\dagger}a|S_1\rangle = 1 + 3\sinh(r)^2 \quad (25)$$

تابع ویگنر برای حالت اولیه برابر است با:

$$W_{in}(X_A, P_A, X_B, P_B) = \frac{1}{2}\sum_{m,n=0}^{1} W_{m,n}(X_A, P_A)\, W_{m,n}(X_B, P_B) \quad (26)$$

$$W_{0,0}(X_i, P_i) = \frac{e^{-(X_i^2+P_i^2)}}{\pi} \quad (27)$$

$$W_{1,0}(X_i, P_i) = W^*_{1,0}(X_i, P_i) = \frac{\sqrt{2}\,(X_i+iP_i)e^{-(X_i^2+P_i^2)}}{\pi} \quad (28)$$

$$W_{1,1}(X_i, P_i) = \frac{(-1+2X_i^2+2P_i^2)e^{-(X_i^2+P_i^2)}}{\pi} \quad (29)$$

سپس، ماتریس چگالی برای حالت میکرو- ماکرو برابر است:

$$\rho_{1,s} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2+e^{-2r}+e^{2r}}} & \frac{\left(2e^{3r}\sqrt{2+e^{-2r}}\right)}{(1+e^{2r})^{\frac{5}{2}}} & 0 \\ 0 & \frac{\left(2e^{3r}\sqrt{2+e^{-2r}}\right)}{(1+e^{2r})^{\frac{5}{2}}} & \frac{\left(4e^{4r}\sqrt{2+e^{-2r}}\right)}{(1+e^{2r})^{\frac{7}{2}}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (30)$$

و ماتریس چگالی برای حالت ماکرو-ماکرو است:

$$\rho_{2,s} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{8e^{2r}}{(1+e^{-2r})^3(1+e^{2r})^3} & \frac{\left(8e^{6r}(2+e^{-2r})\right)}{(1+e^{2r})^5} & 0 \\ 0 & \frac{\left(8e^{6r}(2+e^{-2r})\right)}{(1+e^{2r})^5} & \frac{\left(8e^{6r}(2+e^{-2r})\right)}{(1+e^{2r})^5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (31)$$

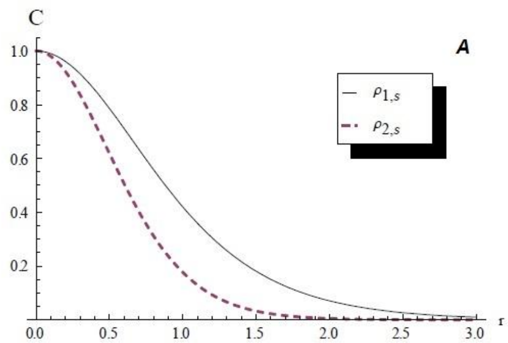
که برای آن حالت درهم تنیده میکرو- ماکرو برابراست:

$$C_{1,S} = \frac{4e^{3r}\sqrt{1+e^{-2r}}}{(1+e^{2r})^{5/2}} \quad (32)$$

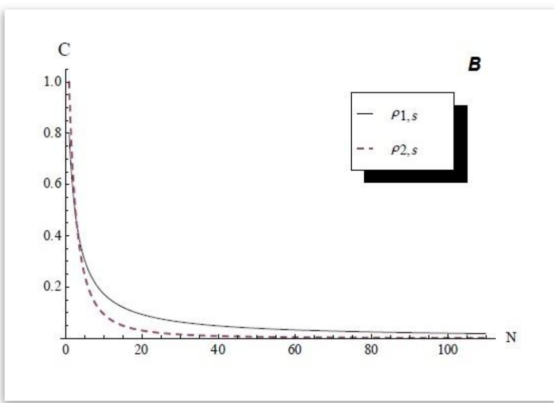
و برای ماکرو- ماکرو حالت درهم تنیده است:

$$C_{2,S} = \frac{16e^{3r}\left(1+e^{-2r}\right)}{(1+e^{2r})^5} \quad (33)$$

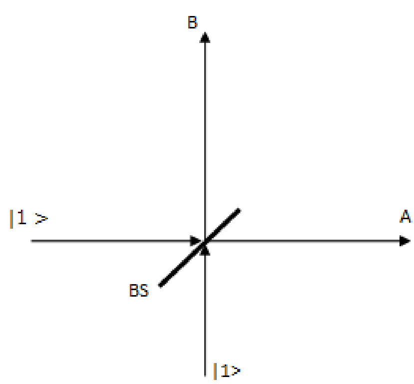
شکل 4 و 5 میزان درهم تنیدگی را برای این حالت‌ها بر حسب پارامتر چلاندگی و تعداد فوتون نشان می‌دهد.



شکل 4. درهم تنیدگی حالت‌های میکرو-ماکرو (خط کامل) و ماکرو-ماکرو (خط چین) به نسبت افزایش پارامتر فشردگی r .



شکل 5. درهم تنیدگی حالت‌های میکرو-ماکرو (خط کامل) و ماکرو-ماکرو (خط چین) به نسبت افزایش تعداد فوتون N



شکل 6. طرحی برای تولید حالت درهم تنیده HONG-OU-MANDEL، در هر یک از ورودی‌های باریکه شکن یک تک فوتون وارد می‌شود. حالت بعد از باریکه شکن یک حالت درهمتنیده HONG-OU-MANDEL است.

حالت خاص N =2

اگر N =2 در نظر بگیریم، حالت اولیه به HONG-OU-MANDEL می‌شود که نوعی از حالت بل است. این حالت با ارسال یک تک فوتون به هر یک از ورودی‌های یک باریکه شکن به‌وجود می‌آید (شکل6) [22].

$$|\Psi_{in}\rangle = \frac{|2\rangle_A|0\rangle_B+|0\rangle_A|2\rangle_B}{\sqrt{2}} \tag{34}$$

حالت میکرو-ماکرو با قرار دادن یک بلور غیر خطی در مسیر B شکل 6 به وجود می‌آید و برابر است:

$$|\Psi_{1,s}\rangle = \frac{|2\rangle_A|S_0\rangle_B+|0\rangle_A|S_2\rangle_B}{\sqrt{2}} \tag{35}$$

و حالت ماکرو-ماکرو نیز با قرار دادن بلورهای غیر خطی در هر یک از مسیرهای شکل 6 ایجاد می‌شود و برابر است با:

$$|\Psi_{2,s}\rangle = \frac{|S_1\rangle_A|S_0\rangle_B+|S_0\rangle_A|S_1\rangle_B}{\sqrt{2}} \tag{36}$$

و چشم داشتی تعداد فوتون برابر است:

$$n_{2,s} = \langle S_0|a^{\dagger}a|S_0\rangle + \langle S_2|a^{\dagger}a|S_2\rangle = 2 + 6\sinh(r)^2 \tag{37}$$

تابع ویگنر برای حالت اولیه برابر است با:

$$W_{22} = 4\sqrt{\pi}(1-4p^2+2p^4-4q^2+4p^2q^2+2q^4)\frac{1}{2\pi}\frac{1}{8\left(\pi^{\frac{1}{2}}\right)}\exp(-q^2-p^2) \tag{38}$$

$$W_{20} = -4\sqrt{\pi}(p-iq)^2\frac{1}{2\pi}\frac{1}{(8\pi)^{\frac{1}{2}}}\exp(-q^2-p^2) \tag{39}$$

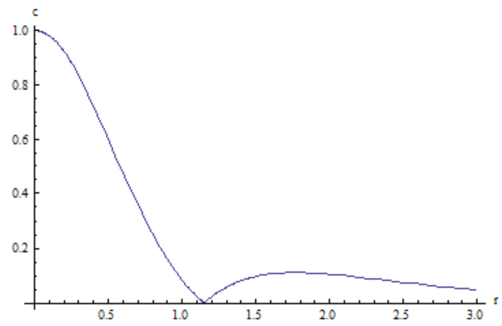
$$W_{02} = -4\sqrt{\pi}(p+iq)^2\frac{1}{2\pi}\frac{1}{(8\pi)^{\frac{1}{2}}}\exp(-q^2-p^2) \tag{40}$$

$$W_{0,0}(q_i,P_i) = \frac{e^{-(q_i^2+P_i^2)}}{\pi} \tag{41}$$

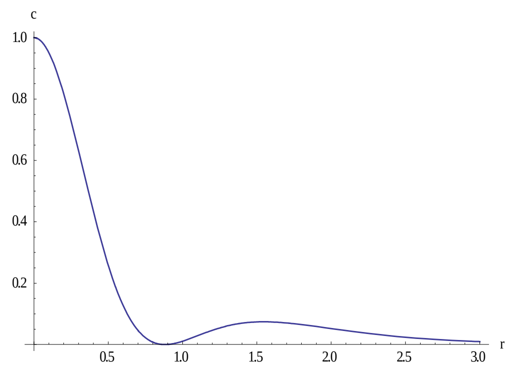
تابع ویگنر برای حالت اولیه برابر است:

$$W_{in}(X_A,P_A,X_B,P_B) = \frac{1}{2}\sum_{m,n=0}^{1} W_{m,n}(X_A,P_A)\, W_{m,n}(X_B,P_B) \tag{42}$$

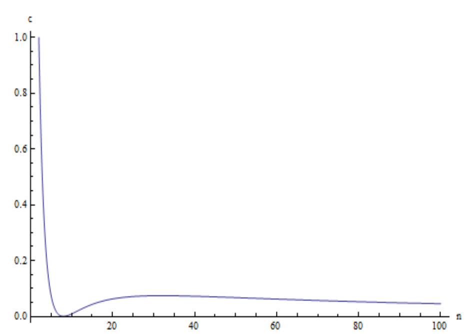
شکل های 7، 8، 9 و 10 میزان درهم تنیدگی را برای این حالت‌ها بر حسب پارامتر چلاندگی و تعداد فوتون نشان می‌دهد.



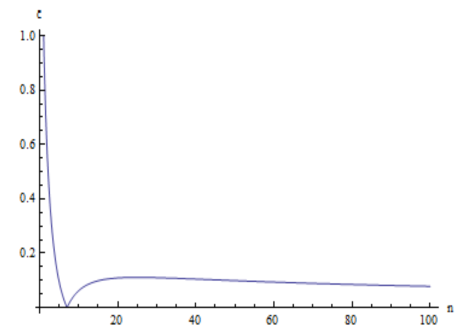
شکل 7. میزان پارامتر تلافی برای حالت با یک مد چلانده نسبت به پارامتر فشردگی با حالت اولیه HONG-OU-MANDEL



شکل 8. میزان پارامتر تلافی برای حالت با دو مد چلانده نسبت به پارامتر فشردگی با حالت اولیه HONG-OU-MANDEL



شکل 9. میزان پارامتر تلافی برای حالت با یک مد چلانده نسبت به تعداد فوتون میانگین با حالت اولیه HONG-OU-MANDEL



شکل 10. میزان پارامتر تلاقی برای حالت با دو مد چلانده نسبت به تعداد فوتون میانگین با حالت اولیه HONG-OU-MANDEL

بحث و نتیجه‌گیری

شکل 1 طرح تولید حالت اولیه تک فوتونی را نشان می‌دهد. شکل‌های 2 و 3 روش‌های تشکیل حالت‌های میکرو-ماکرو و ماکرو ماکرو با حالت اولیه درهم تنیدهٔ تک فوتونی را نمایش می‌دهد. در شکل 4 به طور همزمان تغییرات پارامتر تلاقی هر دو حالت میکرو-ماکرو و ماکرو- ماکرو را با تغییرات پارامتر چلاندگی r نشان می‌دهد. در این نمودار مشاهده می‌شود که با افزایش پارامتر چلاندگی، میزان درهم تنیدگی به صورت نمایی کاهش می‌یابد. همچنین مشاهده می‌کنیم که میزان درهم تنیدگی حالت ماکرو ماکرو با سرعت بیشتری نزول می‌کند. در شکل 5 نیز به طور همزمان تغییرات پارامتر تلاقی را نسبت به افزایش تعداد فوتون میانگین مشاهده می‌کنیم. همانند شکل قبل هر دو حالت با افزایش تعداد فوتون میانگین کاهش می‌یابند. شکل 6 طرح تولید حالت اولیه هونگ- او- مندل را نشان می‌دهد. نمودار 7 و 8 تغییرات پارامتر تلاقی را با افزایش پارامتر چلاندگی نمایش می‌دهد. همانند مورد حالت‌های قبلی با افزایش پارامتر چلاندگی میزان درهم‌تنیدگی به صورت نمایی کاهش می‌یابد. نکته قابل توجه از بین رفتن درهم تنیدگی در حدود r= 1 و سپس افزایش و در ادامه یک روند تقریباً نزولی به صورت خطی است. نمودار 9 و10 نیز تغییرات پارامتر تلاقی را با افزایش تعداد فوتون میانگین در سیستم بیان می‌کنند. رفتار این نمودار نیز کاملاً شبیه نمودار قبل است.

در این مقاله به بررسی تأثیر حالت اولیه بر درهم تنیدگی حالت‌های چلانده پرداختیم. مشاهده شد که با افزایش فقط یک فوتون در حالت اولیه نتیجه نهایی تغییرات زیادی می‌کند از جمله: روند نزولی میزان پارامتر تلاقی در حالت N =2 بسیار سریعتر از حالت N =1 است. مشاهده مرگ ناگهانی درهم تنیدگی برای حالت N =2 که در حالت N =1 مشاهده نمی شود. نتیجه مهم دیگر اینکه وقتی فقط یک مد چلانده می‌شود (میکرو-ماکرو) نسبت به حالتی که هر دو مد چلانده می‌شود (میکرو-ماکرو)، زمانی که تعداد فوتون یکسان در سیستم‌ها وجود دارد، درهم تنیدگی کمتر است. این نشان می‌دهد که علاوه بر تعداد فوتون، تعداد بخش‌های چلانده هم تأثیر ویژه‌ای بر درهم تنیدگی سیستم دارد.

References

[1] Sychev, D. Ulanov, A. Pushkina, A. Matthew W. Richards, Ilya A. Fedorov. Alexander, L. Enlargement of optical Schrödinger's cat states. Nature Photon 11, 379–382 (2017).

[2] Sekatski, P. Aspelmeyer, M. Sangouard N. Macroscopic Optomechanics from Displaced Single-Photon Entanglement. Phys. Rev. Lett. 112 (2014).

[3] Ghobadi, R. Kumar, S. Pepper, B. Bouwmeester, D. Lvovsky, A. I. Simon, C. Phys. Rev. Lett. 112 (2014).

[4] G. J. Mooney, C. D. Hill, L. C. L. Hollenberg, Entanglement in a 20-Qubit Superconducting Quantum Computer. Sci Rep 9, 13465 (2019).

[5] Schimpf, C. Reindl, M. D. Huber, D. Lehner, Santanu Manna, B. S. F. C. D. S, Vyvlecka, P. Walther, M. Rastelli, A. Quantum cryptography with highly entangled photons from semiconductor quantum dots. Science Advances. 4 (2021).

[6] Einstein, A. Podolsky, B. Rosen. Physical Review. 47 (1935).

[7] Schrödinger, E. Die gegenwaertige Situation in der Quantenmechanik. Naturwissenschaften 23, (1935) 823–828.

[8] Cirac, J. I. Zoller, P. Preparation of macroscopic superpositions in many-atom systems. Phys. Rev. A 50, R2799(R)(1992)

[9] Hald, J. Sørensen, J, L. Schori, C. Polzik, E. S. Spin Squeezed Atoms: A Macroscopic Entangled Ensemble Created by Light. Phys. Rev. Lett. 83, 1319(1999)

[10] H. Pu, H. Meystre, P. Creating Macroscopic Atomic Einstein-Podolsky-Rosen States from Bose-Einstein Condensates. Phys. Rev. Lett. 85, (2000)

[11] Truong, D. Nguyen, H. Nguyen, A. B. Sum squeezing, difference squeezing, higher-order antibunching and entanglement of two-mode photon-added displaced squeezed states. International Journal of Theoretical (2014)

[12] Martini, F, D. Sciarrino, F. Vitelli, C. Entanglement Test on a Microscopic-Macroscopic System. Phys. Rev. Lett. 100, 253601 (2008)

[13] Vedral, V. Quantifying entanglement in macroscopic systems. Nature 453, 1004–1007 (2008).

[14] Lvovsky, A. Ghobadi, R. Chandra, A. Prasad, A. S. Simon, C. Observation of micro–macro entanglement of light. Nature Phys 9 (2013) 541–544.

[15] Ghobadi, R. Lvovsky, A. Simon, C. Creating and Detecting Micro-Macro Photon-Number Entanglement by Amplifying and Deamplifying a Single-Photon Entangled State. PRL 110, (2013).

[16] Sekatski, P. Sangouard, R. Stobińska, M. Bussières, F. Afzelius, M. Gisin, N. Proposal for exploring macroscopic entanglement with a single photon and coherent states. Phys. Rev. A 86, 060301(R) (2012).

[17] Biagi, N. Costanzo, L. S. Bellini, M. Zavatta, A. Entangling Macroscopic Light States by Delocalized Photon Addition.
Phys. Rev. Lett. 124, 033604 – Published 24 January (2020)

[18] Lvovsky, A. I. Squeezed Light. D. L. Andrews (Ed.) (2015).

[19] Albano1, L. Mundarainl, D. F. Stephany, J. On the squeezed number states and their phase space representations. J. Opt. B: Quantum Semiclass. Opt. 4 (2002) 352-357.

[20] Leonhardt, U. Measuring the Quantum State of Light, Cambridge University Press, Cambridge, England (1997).

[21] Wootters, W. K. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits. Phys. Rev. Lett. 80 (1998).

[22] Hong, C. K. Ou, L, Z. Y. Mandel Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference. Phys. Rev. Lett. 59 (1987) 2044–2046.