Quarterly Journal of
Optoelectronic
Vol. 2, No. 1, (Serial 5), Summer 2017 (P 48-54)

فصلنامه
اپتوالکترونیک
سال دوم، شماره اول (پیاپی پنجم)، تابستان 1396 (ص 48 - 54)

معادلات شبه‌کلاسیک حرکت برای سیستم آنتی‌فرومغناطیس با استفاده از حالت‌های همدوس در گروه SU(1,1)

یوسف یوسفی[*1]، **محمدرضا غفاری**[2]
1. استادیار، فیزیک، دانشگاه پیام نور
2. دانشجوی دکتری، فیزیک، دانشگاه پیام نور

تاریخ دریافت: 1396/07/01 **تاریخ پذیرش**: 1396/8/5

Semi Classical Equations of Motion for Anti-Ferromagnetic System with Use of Coherent States in SU(1,1) Group

Y. Yousofi[*1]**, M.R. Ghaffari**[2]
1. Assistant Professor, Physics, Payame Noor University
2. Ph.D. Student, Physics, Payame Noor University

Received: 2017-09-23 **Accepted:** 2017-10-27

چکیده

در این مقاله، فرمالیز حالت همدوس اسپین در پارامتر حقیقی در گروه SU(1,1) مطالعه شد. از این نمایش حالت همدوس، برای محاسبهٔ انتگرال مسیر و نتایج کلاسیکی آن در سیستم فیزیکی استفاده شد. با استفاده از رابطهٔ مکملی حالت همدوس، یک رابطهٔ انتگرالی برای دامنهٔ گذار به دست آورده و در حد کلاسیکی معادلات کلاسیکی حرکت محاسبه گردید. در نهایت برای یک هامیلتونین تبادلی غیرهایزنبرگی غیرهمسانگرد یک‌بعدی برای یک سیستم آنتی‌فرومغناطیس، لاگرانژین، معادلات حرکت و معادله پاشندگی برای شاخهٔ دوقطبی محاسبه شد.

واژگان کلیدی

آنتی‌فرومغناطیس، حالت همدوس، غیرهایزنبرگی، برانگیختگی دوقطبی.

Abstract

In this paper, the formulation of spin coherent state in the real parameter in SU(1,1) group is studied. This representation of the coherent state is used for measuring the integral path and its classical consequence in the physical system. Using the completeness relation of the coherent state, we derive a path integral expression for transition amplitude and in the classical limit, we solve the classical equation of motion. Then, Lagrangian, equations and dispersion relation describing one-dimensional exchange anisotropic Non-Heisenberg model in the Anti-ferromagnetic system for dipole branch are calculated.

Keywords

Anti-Ferromagnetic, Coherent State, Non-Heisnberg, Dipole Excitation.

*** نویسندهٔ مسئول**: یوسف یوسفی

*Corresponding Author:yousof54@yahoo.com

مقدمه

سیستم‌های با اسپین $1/2$ در یک بعد به طور کامل بررسی شده است؛ اما برای سیستم‌های با اسپین بالاتر یا ابعاد بیشتر همچنان از روش‌های تقریبی استفاده می‌شود [3]. یکی از این روش‌ها روش تابع گمانه[7] است. انتخاب تابع گمانه به این دلیل که هامیلتونین بر پایه آن کمینه می‌شود، خیلی مهم است. مهم‌ترین و مؤثرترین عامل در انتخاب این تابع، تقارن است که دلیل استفاده از حالت‌های همدوس به عنوان تابع گمانه در این بحث نیز می‌باشد. یک گروه خاص از حالت‌های همدوس، حالت‌های همدوس در گروه $SU(2S,1)$ هستند که در آن S عدد اسپین سیستم فیزیکی است. این حالت‌های همدوس برای توصیف کامل سیستم‌های فیزیکی در کوانتم اپتیک، مکانیک آماری و مواد آنتی فرومغناطیس استفاده می‌شود. این که چه فضای ریاضی را در مسئله استفاده کنیم به اسپین مسئله و دقتی که مورد نیاز است، بستگی دارد و بین فضای ریاضی مورد نظر و اسپین مسئله، رابطه زیر برقرار است [4]:

$$dimCP^{2S} = dimS \tag{1}$$

حالت همدوس در فضای CP^{2S} که همان حالت همدوس در گروه $SU(2S,1)$ است، از مسئلهٔ مورد نظر با توجه به عدد اسپین توصیف کاملی ارائه خواهد داد. برای بررسی سیستم‌های اسپینی می‌توان از معادله لاندئو-لیف‌شیدز استفاده کرد؛ اما وقتی از این معادله استفاده می‌شود، در محاسبات فقط برانگیختگی‌های دوقطبی را می‌توان در نظر گرفت؛ به عبارت دیگر، برای توصیف کامل سیستم با اسپین $s = \frac{1}{2}$ می‌توان از معادلهٔ لاندئو-لیف‌شیدز استفاده کرد اما برای توصیف کامل سیستم‌های با اسپین بالاتر و در نظر گرفتن برانگیختگی‌های چندقطبی این معادلات کافی نیست [1]. بر این اساس، در این مقاله معادلات حرکت بر اساس نظریهٔ گروه‌ها و انتگرال مسیر فاینمن نوشته شده است که برای سیستم با اسپین $\frac{1}{2}$ به معادله لاندئو-لیف‌شیدز منجر شده و برای سیستم با اسپین بالاتر جملات چندقطبی را نیز شامل می‌شود.

در این مقاله، ابتدا نمایش‌های مختلف حالت همدوس را نوشته و سپس روش پیشنهادی بیان حالت همدوس در پارامتر حقیقی در گروه $SU(1,1)$ را از نظر می‌گذرانیم. پس از آن مقادیر چشمداشتی عملگرهای اسپین که در توصیف کلاسیک سیستم ضروری هستند را محاسبه کرده و دلایل اهمیت بیان حالت همدوس را در پارامتر حقیقی بیان می‌کنیم.

در قسمت بعدی، با استفاده از حالت‌های همدوس محاسبه شده در پارامتر حقیقی، دامنه گذار بین دو حالت همدوس را محاسبه کرده و با استفاده از آن، لاگرانژین و معادلات حرکت را در پارامتر حقیقی به دست می‌آوردیم.

یکی از مهم‌ترین و کاربردی‌ترین هامیلتونین‌ها در سیستم‌های فیزیکی، هامیلتونین تبادلی غیرهایزنبرگی غیرهمسانگرد است [2 و 5]؛ به همین دلیل برای این هامیلتونین در گروه $SU(1,1)$ برای شاخهٔ دوقطبی لاگرانژین، معادلات حرکت و معادلهٔ پاشندگی را محاسبه نمودیم.

حالت همدوس در گروه $SU(2S,1)$ و محاسبهٔ مقادیر چشمداشتی در این گروه

حالت‌های همدوس یک نمونهٔ خاصی از حالت‌های کوانتمی هستند که دینامیک آنها خیلی نزدیک به رفتار کلاسیکی است. در این مقاله برانگیختگی‌های دوقطبی مد نظر است بنابراین برای توصیف کامل سیستم فیزیکی باید از حالت‌های همدوس در گروه $SU(2)$ یا $SU(1,1)$ استفاده شود. از آنجا که سیستم مورد بررسی یک سیستم آنتی‌فرومغناطیس است؛ بنابراین از حالت‌های همدوس در گروه $SU(1,1)$ استفاده می‌شود [6]. تاکنون، برای بیان حالت همدوس در گروه $SU(1,1)$، از دو نمایش مجزا به صورت زیر استفاده شده است:

1. برای سیستم آنتی‌فرومغناطیس، حالت همدوس در فضای غیرفشردهٔ گروه $SU(1,1)$ به صورت زیر نوشته می‌شود [6]:

$$\begin{aligned}|\zeta,k\rangle &= Exp\left[\left(\xi_i\widehat{K}_i^{+} - \bar{\xi}_i\widehat{K}_i^{-}\right)\right]|0\rangle\\ &= (1-\zeta^2)^k e^{\zeta K^+}|0\rangle\end{aligned} \tag{2}$$

7. Trial function

که ζ یک متغییر مختلط و k مولد گروه پیشنهادی است. در این گروه، حالت خلاء $\langle 0|$ به صورت $|k,k\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ تعریف می‌شود؛ به گونه‌ای که $K^{-}|0\rangle = 0$ است. مولدهای این گروه در روابط زیر صدق می‌کنند:

$$[K^{-},K^{+}] = 2K^{z}$$
$$[K^{z},K^{\pm}] = \pm K^{\pm} \qquad (3)$$

نمایش ماتریسی این مولدها به صورت زیر است:

$$K^{x} = \frac{i}{2}\sigma_2 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$$
$$K^{y} = \frac{-i}{2}\sigma_1 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 0 & -i \\ -i & 0 \end{pmatrix}$$
$$K^{z} = \frac{1}{2}\sigma_3 = \frac{1}{2}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$
$$K^{\pm} = K^{x} \pm iK^{y} \qquad (4)$$

2. حالت همدوس در این گروه بر پایه راست‌هنجار به صورت زیر نمایش داده می‌شود [6]:

$$|\zeta\rangle = |\zeta,k\rangle = (1-\zeta^2)^{k} = \sum_{m=0}^{\infty}\left(\frac{\Gamma(m+2k)}{m!\Gamma(2k)}\right)^{1/2}\zeta^{m}\,|k,m\rangle \qquad (5)$$

اثر عملگر $\widehat{K}^{i}$ بر روی کت پایه به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$K^{z}|k,m\rangle = (m+k)|k,m\rangle$$
$$= [(m+1)(m+2k)]^{1/2}|k,m+1\rangle \circledR \text{ for } K^{+}|k,m\rangle$$
$$= [m(m+2k-1)]^{1/2}|k,m-1\rangle \circledR \text{ for } K^{-}|k,m\rangle \qquad (6)$$

اما مولفان این مقاله، حالت همدوس در گروه $SU(1,1)$ را در پارامتر حقیقی در پایه $\hat{S}_z$ به صورت زیر پیشنهاد می‌کنند:

$$|q,j\rangle = e^{ij k^{z}} e^{iqk^{y}}|0\rangle = C_0|0\rangle + C_1|1\rangle \qquad (7)$$

که در آن $\langle 0| = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ حالت خلاء سیستم فیزیکی، $\widehat{K}^{i}$ مولدهای گروه $SU(1,1)$ و θ و φ زوایای اویلر هستند که جهت بردار اسپین کلاسیک را نمایش می‌دهند. با بسط جملات نمایی داریم:

$$e^{i\varphi K^{z}} = \begin{pmatrix} e^{\frac{i\varphi}{2}} & 0 \\ 0 & e^{\frac{-i\varphi}{2}} \end{pmatrix}$$
$$e^{i\theta K^{y}} = \begin{pmatrix} \cosh\frac{\theta}{2} & -\sinh\frac{\theta}{2} \\ -\sinh\frac{\theta}{2} & \cosh\frac{\theta}{2} \end{pmatrix} \qquad (8)$$

با استفاده از نمایش ماتریسی موجود در رابطهٔ بالا، ضرایب C_0 و C_1 به صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$C_0 = -\sinh\left(\frac{\theta}{2}\right)e^{\frac{i\varphi}{2}}$$
$$C_1 = \cosh\left(\frac{\theta}{2}\right)e^{\frac{-i\varphi}{2}} \qquad (9)$$

مقادیر چشمداشتی عملگرهای اسپین، $S^{\pm}$ ،S^{z}، بر حسب حالت همدوس $SU(1,1)$ که بر اساس پارامتر حقیقی نوشته شده است، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$K_z = k\cosh\theta$$
$$K^{+} = -k\sinh\theta e^{i\varphi}$$
$$K^{-} = -k\sinh\theta e^{-i\varphi} \qquad (10)$$

مقادیر چشمداشتی محاسبه شده، با مقادیر به دست آمده از دو روش اول یکسان است؛ اما مزیت استفاده از این روش آن است که حالت‌های همدوس در پارامتر حقیقی نوشته شده و هر پارامتر مربوط به یک کمیت قابل مشاهدهٔ فیزیکی است.

انتگرال مسیر و محاسبهٔ معادلات حرکت در گروه $SU(1,1)$

برای محاسبهٔ معادلهٔ کلاسیکی حرکت از انتگرال مسیر فاینمن برای دامنهٔ گذار بین دو حالت همدوس به صورت زیر استفاده می‌شود [7]:

$$K(\acute{\zeta},\zeta,T) = \sum_{k}\left\langle \acute{\zeta},k\right|\exp\left[-\frac{i}{\hbar}HT\right]\left|\zeta,k\right\rangle \qquad (11)$$

برای به دست آوردن انتگرال مسیر از دامنه گذار، زمان T را به N قسمت مساوی $\epsilon = \frac{T}{N}$ تقسیم کرده و سپس N را به سمت بی‌نهایت، $N \to \infty$ میل می‌دهیم. اگر از رابطه مکملی زیر استفاده شود:

$$I = \int d\mu_k\,(\zeta)|\zeta,k\rangle\langle\zeta,k| \tag{12}$$

در این صورت

$$K(\zeta,\zeta';T) = \lim_{N\to\infty}\sum_k \int\cdots\int \prod_{j=1}^{N} \exp\{\frac{\epsilon i}{\hbar}[\frac{i\hbar k}{(1-|\zeta_j|^2)}(\zeta_j\frac{\Delta\zeta_j^*}{\epsilon} - \zeta_j^*\frac{\Delta\zeta_j}{\epsilon}) - H_k(\zeta_j,\zeta_{j-1})]\}\prod_{j=1}^{N-1}\int d\mu_k(\zeta_j) \tag{13}$$

در حد پیوسته، این معادله به صورت زیر بازنویسی می‌شود:

$$K(\zeta_j',\zeta_j,T) = \lim_{N\to\infty}\sum_k \int\int D\mu_k(\zeta_j)\times \exp\frac{i}{\hbar}\int_0^T L_k(\zeta,\zeta',\zeta^*,\zeta'^*)dt \tag{14}$$

که لاگرانژین به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\mathcal{L}(\zeta,\dot{\zeta},\zeta^*,\dot{\zeta^*}) = \frac{i\hbar k}{(1-|\zeta|^2)}\left[\zeta(t)\dot{\zeta^*(t)} - \zeta^*(t)\dot{\zeta(t)}\right] - H_k(\zeta,\zeta^*) \tag{15}$$

با استفاده از اصل کمترین کنش، معادلهٔ اویلر-لاگرانژ به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\dot{\zeta}}\right) - \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\zeta}\right) = 0 \tag{16}$$

بنابراین با جای‌گذاری لاگرانژین، معادلات حرکت در این گروه به صورت زیر خلاصه می‌شود:

$$\dot{\zeta} = i\frac{(1-|\zeta|^2)}{2\hbar k}\frac{\partial H}{\partial\zeta^*}$$
$$\zeta^{\cdot *} = -i\frac{(1-|\zeta|^2)}{2\hbar k}\frac{\partial H}{\partial\zeta} \tag{17}$$

حال حاصلضرب داخلی این حالت‌های همدوس را در پارامتر حقیقی محاسبه می‌کنیم، پس:

$$\langle\zeta_j|\zeta_{j-1}\rangle = C_0^{-j}C_0^{-j-1} + C_1^{-j}C_1^{-j-1} = \bar{C}_0C_0' + \bar{C}_1C_1' = 1 - \frac{\partial}{\partial\theta'}\langle\zeta|\zeta'\rangle|_{\theta=\theta'}\Delta\theta - \frac{\partial}{\partial\varphi'}\langle\zeta|\zeta'\rangle|_{\varphi=\varphi'}\Delta\varphi = 1 + \frac{i}{2}\cosh\theta\varphi_t \tag{18}$$

با جای‌گذاری رابطهٔ بالا در رابطهٔ انتگرال مسیر فاینمن، لاگرانژین در پارامتر حقیقی به صورت زیر نوشته می‌شود:

$$\mathcal{L}(\theta,\varphi) = k\hbar cosh\theta\varphi_t - H(\theta,\varphi) \tag{19}$$

اگر معادلات حرکت در پارامتر حقیقی محاسبه شود به صورت زیر خواهد بود:

$$\frac{d}{dt}\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\varphi_t} - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\varphi} = 0$$
$$\frac{d}{dt}\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\theta_t} - \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\theta} = 0 \tag{20}$$

با جای‌گذاری لاگرانژین داریم:

$$\theta_t = -\frac{1}{ksinh\theta}\frac{\partial H}{\partial\varphi}$$
$$\varphi_t = \frac{1}{ksinh\theta}\frac{\partial H}{\partial\theta} \tag{21}$$

این معادلات، معادلات حرکت در پارامتر حقیقی در گروه $SU(1,1)$ هستند. با دانستن هامیلتونین مسئله می‌توان چگونگی تغییر هر یک از دو متغیر فیریکی θ و φ را بررسی کرد.

معادلات حرکت برای هامیلتونین تبادلی غیرهمسانگرد با استفاده از حالت‌های همدوس در گروه $SU(1,1)$

هامیلتونین با تبادل غیرهمسانگرد در یک سیستم آنتی‌فرومغناطیس به صورت زیر را در نظر می‌گیریم [8]:

$$\hat{H}_s = -J\sum_n (\hat{K}_n\hat{K}_{n+1} + \delta\hat{K}^z_n\hat{K}^z_{n+1}) \tag{22}$$

که $\hat{K}_i$ اپراتور اسپین، δ ضریب غیرهمسانگردی است. این هامیلتونین یکی از شاخص‌ترین هامیلتونین‌های سیستم‌های مغناطیسی است که در بیشتر سیستم‌های تجربی چنین جملاتی موجود است. اگر تقریب‌های زیر را در نظر بگیریم:

$$\theta_{n+1} \approx \theta + a\theta_x + \frac{a^2}{2}\theta_{xx}$$
$$coshx_{x\to0} \cong 1,\ \ sinhx_{x\to0} \cong x \tag{23}$$

بنابراین، داریم :

$$\sinh\theta_{n+1} \approx \sinh\theta + a\theta_x\cosh\theta + \frac{a^2}{2}(\theta_x^2\sinh\theta + \theta_{xx}\cosh\theta) \tag{24}$$

و

$$\cosh\theta_{n+1} \approx \cosh\theta + a\theta_x\sinh\theta + \frac{a^2}{2}(\theta_x^2\cosh\theta + \theta_{xx}\sinh\theta) \tag{25}$$

اگر مقادیر کلاسیکی عملگرهای اسپین در رابطه (22) را محاسبه کنیم:

$$\frac{1}{2}(\hat{K}_n^+\hat{K}_{n+1}^- + \hat{K}_n^-\hat{K}_{n+1}^+) = k^2\cos a\varphi_x\sinh\theta(\sinh\theta + a\theta_x\cosh\theta + \frac{a^2}{2}(\theta_x^2\sinh\theta + \theta_{xx}\cosh\theta)) \tag{26}$$

$$\hat{K}_n^z\hat{K}_{n+1}^z = k^2 cosh\theta\left(cosh\theta - a\theta_x sinh\theta + \frac{a^2}{2}(\theta_x^2 cosh\theta - \theta_{xx}sinh\theta)\right) \tag{27}$$

با بسط تابع کسینوس به صورت $\cos a\varphi_x = 1 - a^2\varphi_x^2/2$ و تغییر $\sum_n \to \int dx/a$، هامیلتونین نیمه کلاسیک به صورت زیر خواهد بود:

$$\mathcal{H} = Jk^2\int\frac{dx}{a}\left\{1 + \delta\cosh^2\theta - \frac{a}{2}(\delta+1)\theta_x sinh2\theta - \frac{a^2}{2}\left(-\theta_x^2((1 + \delta cosh^2\theta) + \frac{1}{2}\theta_{xx}(2+\delta)sinh2\theta - \varphi_x^2 sinh^2\theta\right)\right\} \tag{28}$$

که a فاصلهٔ بین دو جایگاه اتمی در زنجیر اسپین است. با جای‌گذاری این هامیلتونین در معادلات (21)، معادلاتی که به طور کامل دینامیک مسئله را توصیف می‌کند به دست می‌آوریم؛ پس:

$$\theta_t = 0$$
$$\varphi_t = 2k\delta cosh\theta - ka(\delta+1)\theta_x\frac{cosh2\theta}{sinh\theta} - k\frac{a^2}{2}\left(-2\delta\theta_x^2 cosh\theta + \frac{\theta_{xx}(\delta+2)cosh2\theta}{sinh\theta} - 2\varphi_x^2 cosh\theta\right) \tag{29}$$

این معادله، همان معادلهٔ لاندئو-لیف‌شیدز است که از سایر روش‌ها هم می‌توان به آن رسید. برای حل این معادلات، تغییر متغیر زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\eta = x - vt \tag{30}$$

پس

$$\theta_\eta = 0 \to \theta = \theta_0$$
$$v\varphi_\eta = k\delta cosh\theta_0 + ka^2\varphi_\eta^2 cosh\theta_0 \to \varphi_\eta = \frac{v\pm\left(v^2 - 4k^2a^2\delta cosh^2\theta_0\right)^{1/2}}{2ka^2 cosh\theta_0} \tag{31}$$

پس در این سیستم فیزیکی، مولفهٔ θی برانگیختگی دوقطبی ثابت بوده و تغییر نمی‌کند اما مولفهٔ φی آن مطابق با معادلهٔ درجه دوم رابطهٔ (30) تغییر می‌کند؛ بر اساس معادلهٔ بالا، اندازه و علامت ضریب تبادل δ، مولفهٔ φ برانگیختگی دوقطبی را مشخص می‌کند. حال اگر توابع θ و φ را به صورت امواج تخت زیر در نظر بگیریم:

$$\begin{aligned} \varphi &= \varphi_0 e^{i(\omega t - kx)} + \bar{\varphi}_0 e^{-i(\omega t - kx)} \\ \theta &= \theta_0 e^{i(\omega t - kx)} + \bar{\theta}_0 e^{-i(\omega t - kx)} \end{aligned} \tag{32}$$

با جای‌گذاری در معادلات بالا، معادله پاشندگی به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \omega &= k^2 a(\delta + 1)\frac{\cosh 2\theta}{\sinh\theta} \\ k^2 &= \frac{2\delta}{a^2\theta\left(\delta + \frac{(\delta+2)\cosh 2\theta}{2\sinh\theta} + \frac{\varphi}{\theta}\right)} \end{aligned} \tag{33}$$

در روابط بالا، اگر $\delta = 0$ باشد، در آن صورت $\omega = k = 0$ و بنابراین پاشندگی در سیستم وجود نخواهد داشت و مولفهٔ φ حول محور تقارن هیچ چرخشی نخواهد داشت. به عبارت دیگر، ناهمسانگردی، عامل پاشندگی و سرعت زاویه‌ای مولفهٔ φ برانگیختگی دوقطبی اسپین، حول محور تقارن است.

بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله معادلات کلاسیکی حرکت برای سیستم‌های آنتی‌فرومغناطیس با استفاده از انتگرال مسیر فاینمن در گروه $SU(1,1)$ به دست آمده است. در محاسبه این معادلات از حالت‌های همدوس در پارامتر حقیقی در این گروه استفاده شده است.

در این گروه ریاضی معادلات دارای دو پارامتر θ و φ هستند و این دو پارامتر برانگیختگی دوقطبی سیستم را به طور کامل توصیف می‌کند. همچنین معادلاتی که برای دو مولفهٔ فوق به این روش به دست آمده‌اند با معادلهٔ لاندئو-لیف‌شیدز که از روش‌های دیگر به دست آمده کاملا همخوانی دارد؛ اما در این روش می‌توان با به کار بردن گروه‌های ریاضی با درجهٔ بالاتر با فرمول کلی $SU(2S,1)$ برانگیختگی‌های با درجه بالاتر را در محاسبات وارد کرد. قابل توجه است که تأثیر این جملات در سیستم‌های نانو بسیار حائز اهمیت است و تا به حال در نظر گرفته نشده است.

References

[1] Izergin A, Korepin V. Quantum method of inverse problem. Physics of Elementary Particles and Atom Nucleus. 1982; 13(3):501-41.

[2] Makhankov V, Granados MA, Makhankov A. Generalized coherent states and spin systems. Journal of Physics A: Mathematical and General. 1996; 29(12):3005.

[3] Yousefi Y, Muminov K, Ave A, Dushanbe T. Semi classical description of isotropic Non-Heisenberg magnets for spin S 3/2= and linear quadrupole excitation dynamics. IJPR. 2012; 12(2).

[4] Yousefi Y. Semi Classical Equations of Motion for Anti-Ferromagnetic System with use of Coherent States in SU(1,1) Group, Journal of Optoelectronic, 2016; 1(2): 55-59

[5] Yousefi Y, Muminov Kh. Kh. Semi Classical modeling of Isotropic Non-Heisenberg Magnet for spin S=1 and Linear Quadrupole excitation Dynamics, Physics Research International, 2013, Article ID 634073,

[6] Perelomov A. Generalized coherent states and their applications ((Russian book)) (Obobshchennye kogerentnye sostoianiia i ikh primeneniia). Moscow, Izdatel'stvo Nauka, 1987, 272. 1987.

[7] Gerry C C, Silverman S. Path integral for coherent states of the dynamical group SU (1, 1), J. Math Phys. 1995; 23.

[8] Makhankov V, Granados MA, Makhankov A. Generalized coherent states and spin systems. Journal of Physics A: Mathematical and General. 1996; 29 (12): 3005.