

امواج سالیتماری آکوستیک - غباری در پلاسمای غباری با بار غبار متغیر

قاسم فروزانی^{1*}، ملوس محمدی²

1. دانشیار، فیزیک دانشگاه پیام نور

2. کارشناسی ارشد، فیزیک دانشگاه بوعلی سینا

تاریخ دریافت: 1395/07/08 تاریخ پذیرش: 1395/09/14

Dust - Acoustic Solitary Waves in Dusty Plasma with Variable Dust Charge

Gh.forozani^{*1}, M. Mohammadi²

1. Associate Professor, Physics, Payame Noor University

2. MsC., Physics, Bu-Ali Sina University

Received: 2016/09/29 Accepted: 2016/12/04

Abstract

In this article we are going to consider dust acoustic solitary wave in dusty plasma whose constituents are inertial negative charged dust particles, Boltzmann distributed electrons and non-thermal distributed ions with variable dust charge. Using reductive perturbation method, we have obtained Korteweg-de Veries (kdv) and modified kdv (mkdv) equations.

A Sagdeev potential for the system and stability conditions for solitonic solution are also derived.

Keywords

Dust Acoustic Wave, Sagdeev Potential, Reductive Perturbation Method.

چکیده

در این مقاله امواج سالیتماری آکوستیک غباری در پلاسمای غباری، که شامل ذرات غبار باردار منفی، الکترون‌های توزیع شده بولتزمنی و یون‌های توزیع شده غیر - حرارتی با بار غبار متغیر است، بررسی شده است. با استفاده از روش کاهش اختلال، معادله kdv و نوع تعمیم یافته آن به دست آمده است.

پتانسیل سجدی اف و شرایط پایداری برای حل سالیتماری مورد بررسی قرار گرفته است.

واژگان کلیدی

موج آکوستک غباری، پتانسیل سجدی اف، روش کاهش اختلال.

مقدمه

پلاسمای غباری با وارد کردن ذرات غبار با اندازه‌های نانو تا یک میکرومتر که دارای جرم زیاد هستند، ایجاد می‌شود. ذرات غبار اثرات جمعی متفاوتی ایجاد می‌کنند که موضوع بسیاری از تحقیقات انجام شده در سال‌های اخیر است [1]. ذرات غبار باردار تغییرات خیلی مهمی در رفتار سیستم از جمله، ایجاد مدهای جدید می‌کند.

موج آکوستیک غباری (DAW) یکی از این مدهای جدید است [2]. موج آکوستیک غباری ابتدا به صورت نظری در پلاسمای غباری غیر مغناطیده توسط Rao et al [3] گزارش گردید. سپس Silina و Shukla در فرکانس‌های بالاتر وجود امواج آکوستیک یونی را نمایش دادند [4]. پلاسمای غباری که خود یکی از شاخه‌های پلاسما است، بیشترین رشد را داشته است.

در سال‌های اخیر بیشترین حجم مقالات منتشر شده در زمینه فیزیک پلاسمای غباری مربوط به امواج آکوستیک غباری و شبکه پلاسمای غباری است. انتشار امواج آکوستیک غباری در یک بعد منجر به معادله Korteweg-de Vries (kdv) می‌شود [5-8].

با بررسی انتشار امواج آکوستیک غباری در ابعاد بالاتر معادله Kadmester-Petriashvili (KP) به دست می‌آید [9]. معادله Zakharov-Kuznetsov (ZK) یک معادله تحول غیر خطی همسانگرد است که ابتدا برای امواج آکوستیکی خطی ضعیف در یک پلاسمای بدون اتلاف مغناطیده قوی در دو بعد به دست آمد [10-12]. Lin و Daun امواج سالیتری آکوستیکی غباری را در پلاسمای غباری با یون‌های غیر حرارتی در نظر گرفتند [13].

در این مقاله پلاسمای غباری غیر مغناطیده که شامل بار غبار متغیر، الکترون‌های با توزیع بولتزمنی و یون‌های توزیع شده غیر حرارتی است، معادله انتشار موج آکوستیک غباری با استفاده از روش اختلال کاهشی بررسی شده است.

در بخش معادلات اساسی، معادلات اساسی برای حرکت موج آکوستیکی غبار و در بخش 3 با استفاده از روش اختلال کاهشی معادله kdv و همچنین پتانسیل

Sagdeev جهت بررسی پایداری سالیتری مورد ارزیابی قرار گرفته است. در بخش 4 معادله تعمیم یافته (mkdv) به دست آمده است.

معادلات اساسی

معادلات اساسی برای بررسی موج آکوستیک غباری در پلاسمای غباری غیر مغناطیده با نوسانات بار غبار، الکترون‌های توزیع بولتزمنی و یون‌های غیر حرارتی به صورت زیر است:

$$\frac{\partial n_d}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_d u_d) = 0 \quad (1) \quad \frac{\partial u_d}{\partial t} + n_d u_d \frac{\partial u_d}{\partial x} + \sigma_d \frac{\partial p_d}{\partial x} = -n_d z_d \frac{\partial \phi}{\partial x} \quad (2)$$

$$\frac{\partial p_d}{\partial t} + u_d \frac{\partial p_d}{\partial x} + 3p_d \frac{\partial u_d}{\partial x} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = z_d n_d + \mu n_e - \frac{1}{1-\mu} n_i \quad (4)$$

که n_d و u_d به ترتیب چگالی تعداد ذرات غبار و سرعت ذره غبار است که به n_{0d} و $(\frac{z_d T_i}{m_d})^{\frac{1}{2}}$ بهنجار شده‌اند. m_d ، z_d و Φ به ترتیب تعداد بار روی ذرات غبار، جرم ذره و پتانسیل الکترواستاتیکی است. z_d و Φ به ترتیب به z_{0d} و $\frac{T_i}{e}$ بهنجار شده‌اند.

متغیرهای فضا و زمان به ترتیب به دوره تناوب غبار پلاسما $w_{pd}^{-1} = (\frac{m_d}{4\pi e^2 n_{d0} z_d^2})^{\frac{1}{2}}$ و طول دیبای $\lambda_{De} = (\frac{T_i}{4\pi e^2 n_{d0} z_d^2})^{\frac{1}{2}}$ بهنجار شده‌اند.

در این رابطه $\sigma_i = \frac{T_i}{T_e}$ که T_i و T_e به ترتیب دمای یون‌ها و الکترون‌ها هستند، $\mu = \frac{n_{0e}}{n_{0i}}$ که n_{0e} و n_{0i} به ترتیب چگالی الکترون‌ها و یون‌های غیر اختلالی در موج غبار است.

n_i چگالی تعداد یون‌های غیر گرمایی و n_e چگالی تعداد الکترون‌های بولتزمنی است و از روابط زیر به دست می‌آیند [14-15]:

$$Z_d = \frac{\Psi}{\Psi_0} \quad (11)$$

که $\Psi = \frac{e\Phi}{T_{eff}}$ و $\Psi_0 = \Psi(\Phi = 0)$ هستند.

به دست آوردن معادله kdv

معادله انتشار موج آکوستیکی غباری در نظر گرفتن پلاسمای غبار غیر مغناطیده شامل تغییرات ذرات غبار با معرفی مختصات جدید ξ و τ که به صورت زیر تعریف می شوند به دست می آید:

$$\xi = \frac{1}{\varepsilon^2}(x - \lambda t) \quad \text{و} \quad \tau = \frac{3}{\varepsilon^2}t \quad (12)$$

که λ سرعت فاز و ε پارامتر بسط کوچک بدون بعد است. با بسط متغیرهای مستقل زیر داریم:

$$\mathbf{n}_d = \mathbf{1} + \varepsilon \mathbf{n}_{d1} + \varepsilon^2 \mathbf{n}_{d2} + \dots \quad (13)$$

$$\mathbf{u}_d = \varepsilon \mathbf{u}_{d1} + \varepsilon^2 \mathbf{u}_{d2} + \dots \quad (14)$$

$$\phi = \varepsilon \phi_1 + \varepsilon^2 \phi_2 + \dots \quad (15)$$

$$p = \mathbf{1} + \varepsilon p_{d1} + \varepsilon^2 p_{d2} + \varepsilon^3 p_{d3} + \dots \quad (16)$$

$$Z = \mathbf{1} + \varepsilon^2 Z_{d1} + \varepsilon^4 Z_{d2} + \dots \quad (17)$$

جای گذاری معادلات (13-17) در معادلات پایه (4-1)، و با توجه به ضرائب مرتبه اول ε داریم:

$$\begin{aligned} n_{d1} &= \frac{1}{3\sigma_d - \lambda^2} \phi_1, \quad u_{d1} = \\ \frac{\lambda}{3\sigma_d - \lambda^2} \phi_1, \quad p_{d1} &= \frac{3}{\lambda^2 - 3\sigma_d} \phi_1 \end{aligned} \quad (18)$$

$$n_e = \frac{1}{1-\mu} \exp(\sigma_i \phi) \quad (5)$$

$$n_i = [1 + \frac{4\alpha}{1+3\alpha} (\phi + \phi^2)] \exp(\phi) \quad (6)$$

α پارامتری است که جمعیت یون های غیر حرارتی را تعریف می کند [15-16]. در حالت $\alpha = 0$ می توان از اثر یون های حرارتی صرف نظر نمود. خنثی بودن بار در حالت تعادل منجر به معادله زیر می شود:

$$n_{0e} + \mathbf{n}_{0d} Z_{0d} = \mathbf{n}_{0i} \quad (7)$$

تغییرات بار غبار به علت برخورد بین الکترون ها و یون ها با ذرات غبار است. برخورد الکترون ها و یون ها با ذرات پلاسمای یک جریان باری تولید می کند. معادله تعادل جریان باری عبارت است از:

$$\frac{\partial q_d}{\partial t} = I_e + I_i \quad (8)$$

که I_e و I_i به ترتیب جریان الکترون ها و یون ها است. اگر سرعت جریان الکترون ها و یون ها را خیلی کوچکتر از سرعت حرارتی در نظر بگیریم، آنگاه $\frac{dq_d}{dt} \ll I_i, I_e$ و معادله تعادل جریان بار (8) تبدیل می شود به $I_i + I_e \approx 0$.

جریان الکترون ها و یون ها عبارت است از [17]:

$$I_e = -e\pi r^2 \left(\frac{8T_e}{\pi m_e}\right)^{\frac{1}{2}} \mathbf{n}_e \exp\left(\frac{e\Phi}{T_e}\right) \quad (9)$$

$$I_i = e\pi r^2 \left(\frac{8T_i}{\pi m_i}\right)^{\frac{1}{2}} n_i \left(1 - \frac{e\Phi}{T_i}\right) \quad (10)$$

که Φ مشخص کننده پتانسیل سطحی ذره غبار وابسته به پتانسیل پلاسمای است [18] و Z_d بار بهنجار شده غبار است که از رابطه زیر به دست می آید:

و ضرائب A و B عبارتند از:

$$A = \frac{\mu\sigma_1 + 3\alpha\mu\sigma_1 - \alpha + 1}{(1-\mu)(1+3\alpha)}, B = \frac{\mu\sigma_1^2 - 1}{2(1-\mu)}$$

می‌توان نشان داد که معادله (23) دارای جواب‌های سالیتمی است [19-20]. ساده‌ترین جواب تک سالیتمی عبارت است از:

$$\phi_1 = \phi_m \operatorname{sech}^2\left(\frac{x}{\omega}\right) \quad (26)$$

$$\phi_m = \frac{3\lambda}{C}; \omega = 2\sqrt{\frac{D}{\lambda}}; \chi = \xi - \lambda\tau \quad (27)$$

که $\phi_m = \frac{3\lambda}{C}$ دامنه سالیتمون، $w = 2\sqrt{\frac{D}{\lambda}}$ پهنای سالیتمون و λ سرعت سالیتمون است.

برای بررسی حل سالیتمی نسبت به چارچوبی که با سرعت λ حرکت می‌کند، از تغییر متغیر $\chi = \xi l - \lambda\tau$ استفاده می‌کنیم، که l کسینوس جهتی بردار موج k در طول محور ξ می‌باشد.

با انتگرال‌گیری از معادله (23) نسبت به متغیر χ داریم [21]:

$$\frac{d^2\phi_1}{d\chi^2} = \frac{\lambda}{Dl^3}\phi_1 - \frac{C}{2Dl^2}\phi_1^2 \quad (28)$$

این معادله دارای جواب سالیتمی به صورت زیر است:

$$\phi_1 = \phi_m \operatorname{sech}^2\left(\frac{\chi}{\omega}\right) \quad (29)$$

$$\phi_m = \frac{3\lambda}{Cl}; \omega = 2\sqrt{\frac{Dl^3}{\lambda}}; \chi = \xi l - \lambda\tau \quad (30)$$

همچنین از تساوی ضرائب توان مرتبه دوم ε خواهیم داشت:

$$\frac{\partial n_{d1}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial n_{d2}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} + \frac{\partial (n_{d1} u_{d1})}{\partial \xi} = 0 \quad (19)$$

$$\frac{\partial u_{d1}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} - \lambda n_{d1} \frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi} + u_{d1} \frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi} + \sigma_d \frac{\partial p_{d2}}{\partial \xi} = -n_{d1} \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} - \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi} \quad (20)$$

$$\frac{\partial p_{d1}}{\partial \tau} - \lambda \frac{\partial p_{d2}}{\partial \xi} + u_{d1} \frac{\partial p_{d1}}{\partial \xi} + 3 \frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} + 3p_{d1} \frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi} = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial \xi^2} = \mathbf{Z}_{d1} + \mathbf{n}_{d2} + \left[\frac{\mu\sigma_1 + 3\alpha\mu\sigma_1 - \alpha + 1}{(1-\mu)(1+3\alpha)} \right] \phi_2 + \left(\frac{\mu\sigma_1^2 - 1}{2(1-\mu)} \right) \phi_1^2 \quad (22)$$

و با جای‌گذاری معادلات (19-22) در معادله (18) معادله kdv به دست می‌آید:

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} + \mathbf{C}\phi_1 \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} + \mathbf{D} \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial \xi^3} = 0 \quad (23)$$

ضریب \mathbf{C} در این معادله می‌تواند مثبت یا منفی باشد. اگر \mathbf{C} مثبت باشد موج سالیتمی برآمده و در حالت منفی موج سالیتمی فرورفته است. \mathbf{C} و \mathbf{D} تابعی از پارامترهای پلاسما (σ, α, μ) هستند و عبارت‌اند از:

$$\mathbf{C} = \frac{\lambda(A^2 + 2A^3\lambda^2 + 12A^3\sigma_d - 2B)}{A^2\lambda^2 + 3A^2\sigma_d + A} \quad (24)$$

$$\mathbf{D} = \frac{\lambda}{A^2\lambda^2 + 3A^2\sigma_d + A} \quad (25)$$

که ϕ_m مشابه قبل دامنه سالیتون و ω پهنا سالیتون است.

چنانچه مشاهده می شود دامنه سالیتون متناسب با معکوس کسینوس جهتی است در حالی که پهنا سالیتون مستقیماً متناسب با کسینوس جهتی است.

پهنا یک موج سالیتری پایدار باید حقیقی باشد. شرایط پایداری این جواب بر اساس روش ساده شده انرژی بررسی می شود [22]

$$\frac{d^2\phi_1}{d\chi^2} = \frac{\lambda}{Dl^3} \phi_1 - \frac{c}{2Dl^2} \phi_1^2 = -\frac{dV(\phi_1)}{d\phi_1} \quad (31)$$

با توجه به معادله فوق پتانسیل سقدی اف به صورت زیر به دست می آید:

$$V(\phi_1) = \frac{c}{6Dl^2} \phi_1^3 - \frac{\lambda}{Dl^3} \phi_1^2 \quad (32)$$

واضح است که در نقطه $\phi_1 = 0$ کمیت های $V(\phi_1) = 0$ و $\frac{dV(\phi_1)}{d\phi_1} = 0$ می باشند.

$$\frac{d^2\phi_1}{d\chi^2} = \frac{\lambda}{Dl^3} \phi_1 - \frac{c}{2Dl^2} \phi_1^2 = -\frac{dV(\phi_1)}{d\phi_1} \quad (33)$$

برای پایداری حل سالیتری باید شرایط زیر برقرار باشد [23-24]:

$$\left. \frac{d^2V(\phi_1)}{d\phi_1^2} \right|_{\phi_1=0} < 0 \quad (1)$$

(2) باید نقطه عبوری غیر صفر ϕ_0 وجود داشته باشد، به طوری که

$$V(\phi_0) = 0 \quad \text{باشد.}$$

$$(3) \text{ باید } 0 < \phi < \phi_0 \rightarrow V(\phi) < 0$$

چنانچه مشاهده می شود در $\phi_1 = 0$:

$$V(\phi_1) = \frac{dV(\phi_1)}{d\phi_1} = 0 \quad (34)$$

بنابراین از معادلات (32) و (33) داریم:

$$\left. \frac{d^2V(\phi_1)}{d\phi_1^2} \right|_{\phi_1=0} = -\frac{\lambda}{Dl^3} < 0 \quad (35)$$

به ازای $D > 0$ و $u > 0$ ، اگر زاویه بین بردار موج k با محور ξ یعنی θ ، از 0 تا 90 درجه تغییر کند ($0 \leq \theta < 90$)، سالیتون پایدار و نیز اگر $D < 0$ و همچنین θ از 90 تا 180 درجه تغییر کند، سالیتون پایدار است.

و در نتیجه از آنجایی که ذرات غبار به طور مداوم با ذرات دیگر در حال برخورد است؛ بنابراین اثر نوسانات بار غبار وارد شده است. با وارد کردن این اثر و مؤلفه فشار مجدداً معادله kdv به دست آمده است.

با استفاده از پتانسیل سقدی اف مشاهده می شود که سالیتون های مورد بررسی پایدار هستند.

معادله تعمیم یافته kdv

ضریب C مربوط به جمله غیر خطی می تواند مثبت یا منفی باشد.

به ازای $C=0$ دامنه موج بی نهایت می شود و استفاده از متغیرهای مستقل:

$$\xi = \frac{1}{\varepsilon^2}(x - \lambda t) \text{ and } \tau = \frac{3}{\varepsilon^2}t \quad (36)$$

معتبر نخواهد بود و باید متغیرهای جدیدی را تعریف کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{\partial u_{d1}}{\partial \tau} - \lambda n_{d2} \frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi} - \lambda n_{d1} \frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} - \lambda \frac{\partial u_{d3}}{\partial \xi} \\ + n_{d1} u_{d1} \frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi} + u_{d2} \frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi} \\ + u_{d1} \frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} + \sigma_d \frac{\partial p_{d3}}{\partial \xi} \\ = -\frac{\partial \phi_3}{\partial \xi} - z_{d1} \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} + \end{aligned}$$

$$n_{d1} \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi} - n_{d2} \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} -\lambda \frac{\partial p_{d3}}{\partial \xi} + \frac{\partial p_{d1}}{\partial \tau} + \mathbf{u}_{d1} \frac{\partial p_{d2}}{\partial \xi} + \mathbf{u}_{d2} \frac{\partial p_{d1}}{\partial \xi} + \\ 3 \frac{\partial u_{d3}}{\partial \xi} + 3 \mathbf{p}_{d1} \frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} + 3 \mathbf{p}_{d2} \frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi} = \mathbf{0} \quad (45) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \phi_1}{\partial \xi^2} = \\ \mathbf{n}_{d3} + \mathbf{n}_{d1} z_{d1} + \left(\frac{\mu \sigma_i + 3\alpha \mu \sigma_i - \alpha + 1}{(1-\mu)(1+3\alpha)} \right) \phi_3 + \\ \left\{ \frac{1-\mu \sigma_i^2}{(1-\mu)} \right\} \phi_1 \phi_2 - \frac{2\alpha}{(1-\mu)(1+3\alpha)} \phi_1^3 \quad (46) \end{aligned}$$

با معرفی:

$$A = -\frac{1}{2} \left\{ \frac{1-\mu \sigma_i^2}{(1-\mu)} \right\} \quad \text{و} \quad B = -\frac{2\alpha}{(1-\mu)(1+3\alpha)} \quad (47)$$

و با جای گذاری معادلات (40-44) در (45-48) معادلات زیر حاصل می شود:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} + \mathbf{F} \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} + \mathbf{G} \frac{\partial(\phi_1 \phi_2)}{\partial \xi} + \mathbf{H} \phi_1^2 \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} + \\ \mathbf{K} \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial \xi^3} = \mathbf{0} \quad (48) \end{aligned}$$

که

$$\begin{aligned} K = \frac{\lambda}{N - 3N^2 \sigma_d - N^2 \lambda^2}; G \\ = \frac{3N^2 \lambda + 2A\lambda - 12N^3 \sigma_d \lambda}{N - 3N^2 \sigma_d - N^2 \lambda^2} \\ F = \frac{12N^2 \sigma_d \lambda z_{d1} - N \lambda z_{d1}}{N - 3N^2 \sigma_d - N^2 \lambda^2} \quad (49) \end{aligned}$$

$$\xi = \varepsilon(x - \lambda t) \quad , \quad \tau = \varepsilon^3 t \quad (37)$$

با جای گذاری معادلات (13-17) در (1-4) و در نظر گرفتن جملات با توانهای یکسان ε ، در پایین ترین مرتبه داریم:

$$\begin{aligned} n_{d1} = \frac{1}{\lambda^2 - 3\sigma_d} \phi_1; \quad \mathbf{u}_{d1} = \\ \frac{\lambda}{\lambda^2 - 3\sigma_d} \phi_1; \quad \mathbf{p}_{d1} = \frac{3}{\lambda^2 - 3\sigma_d} \phi_1; \quad \mathbf{N} = \frac{1}{3\sigma_d - \lambda^2} = \\ \frac{\mu \sigma_i + 3\alpha \mu \sigma_i - \alpha + 1}{(1-\mu)(1+3\alpha)} \quad (38) \end{aligned}$$

با در نظر گرفتن توان مرتبه دو ε خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} -\lambda \frac{\partial n_{d2}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} + \frac{\partial(n_{d1} u_{d1})}{\partial \xi} = \mathbf{0} \quad (39) \\ -\lambda \frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} - \lambda n_{d1} \frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} + \mathbf{u}_{d1} \frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi} + \end{aligned}$$

$$\sigma_d \frac{\partial p_{d2}}{\partial \xi} = \frac{\partial \phi_2}{\partial \xi} - \mathbf{n}_{d1} \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} -\lambda \frac{\partial p_{d2}}{\partial \xi} + u_{d1} \frac{\partial p_{d1}}{\partial \xi} + 3 \frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} + \\ 3 \mathbf{p}_{d1} \frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi} = \mathbf{0} \quad (41) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} z_{d1} + \mathbf{n}_{d2} - \left(\frac{\mu \sigma_i + 3\alpha \mu \sigma_i - \alpha + 1}{(1-\mu)(1+3\alpha)} \right) \phi_2 + \\ \phi_1^2 \left\{ \frac{\mu \sigma_i^2 - 1}{2(1-\mu)} \right\} = \mathbf{0} \quad (42) \end{aligned}$$

همچنین با توجه به توانهای بالاتر ε داریم:

$$\begin{aligned} -\lambda \frac{\partial n_{d3}}{\partial \xi} + \frac{\partial n_{d1}}{\partial \tau} + \frac{\partial u_{d3}}{\partial \xi} + \frac{\partial(n_{d1} u_{d2})}{\partial \xi} + \\ \frac{\partial(n_{d2} u_{d1})}{\partial \xi} = \mathbf{0} \quad (43) \end{aligned}$$

شکل 2 که برای مقادیر دیگری از ثابت‌های $\alpha, \sigma_i, \sigma_d, \lambda, Z_d$ رسم شده است نشان می‌دهد که دامنه با افزایش μ تغییر علامت می‌دهد.

شکل 3 نشان می‌دهد که اندازه دامنه و پهنا به ترتیب با افزایش α کاهش و افزایش می‌یابد. شکل 4 نشان می‌دهد که دامنه و پهنا به ترتیب با افزایش σ_d افزایش و کاهش می‌یابد.

شکل 4 نشان می‌دهد که دامنه و پهنا به ترتیب با افزایش σ_i افزایش و کاهش می‌یابد.

شکل 5 نشان می‌دهد که دامنه و پهنا به ترتیب با افزایش λ کاهش و افزایش می‌یابد.

شکل 6 نشان می‌دهد که با افزایش σ_i دامنه تغییر علامت داده و پهنا تغییر محسوسی نمی‌کند.

$$H = \frac{-7N\lambda A + 36N^2\lambda A\sigma_d - 3B\lambda - 2N^2\lambda^2 A - 2N^4\lambda^2 + 2N^2\lambda^2 A + 2N^4\lambda^2 - 12N^4\lambda\sigma_d}{N - 3N^2\sigma_d - N^2\lambda^2} \quad (50)$$

واضح است که $G = C$ ، اگر پارامتر G صفر در نظر گرفته شود معادله (50) به معادله $mkdv$ تبدیل می‌شود:

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial \tau} + F \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} + H \phi_1^2 \frac{\partial \phi_1}{\partial \xi} + K \frac{\partial^3 \phi_1}{\partial \xi^3} = 0 \quad (51)$$

جواب سالیتمونی این معادله عبارت است از:

$$\phi_1 = \pm \phi_m \operatorname{sech} \left(\frac{\chi}{\omega} \right) \quad (52)$$

$$\chi = \xi - \lambda \tau ; \phi_m = \sqrt{\frac{6(\lambda - F)}{H}} ; \omega = \sqrt{\frac{K}{\lambda - F}} \quad (53)$$

که دامنه سالیتمون ω و پهنا ϕ_m آن است.

بررسی شکل سالیتمون‌ها به ازای تغییر پارامترهای پلاسما

در شکل 1 تغییرات شکل سالیتمون به ازای مقادیر متفاوت $\alpha, \sigma_i, \lambda$ و σ_d نمایش داده شده است. چنانچه مشاهده می‌شود

شکل 1 که برای مقادیری از ثابت‌های $\alpha, \sigma_i, \sigma_d, \lambda, Z_d$ رسم شده است نشان می‌دهد که اندازه دامنه و پهنا μ به ترتیب با افزایش μ افزایش و کاهش می‌یابند.

نتیجه

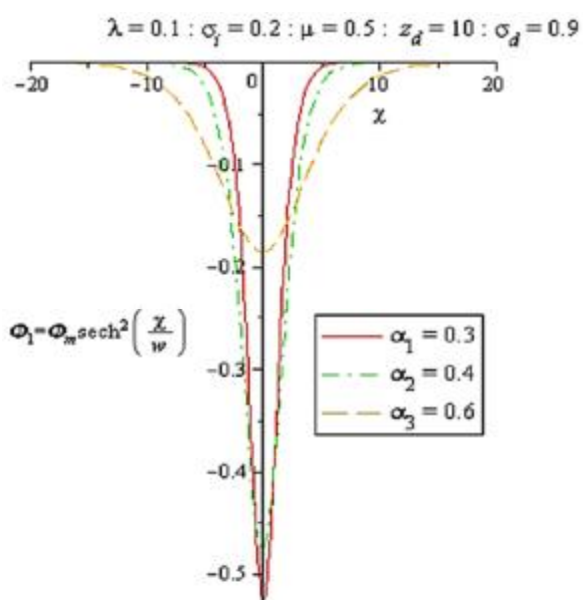
در اینجا امواج سالیتماری آکوستیکی غبار با دامنه کوتاه در پلاسما غباری در نظر گرفته شد. معادله kdv و جواب سالیتمونی آن بررسی شد.

در حالی که برای الکترون‌ها توزیع بولتزمنی و برای یون‌ها توزیع غیر حرارتی و غبار با بار متغیر در نظر گرفته شد پتانسیل سقدی‌اف در پلاسما غیر مغناطیده به دست آمد. علامت ضریب C می‌توانست مثبت یا منفی باشد.

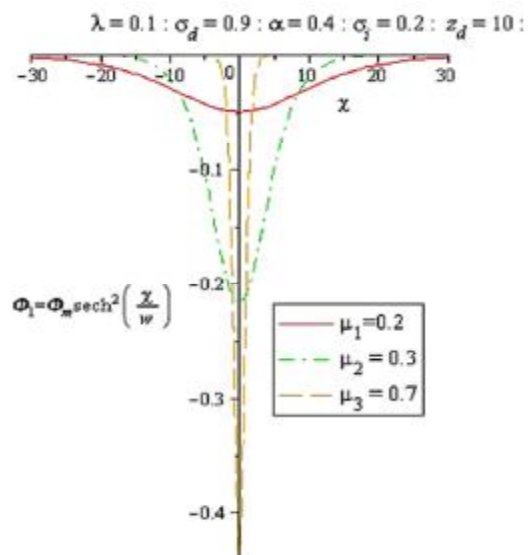
اگر ضریب C برابر صفر اختیار شود، با در نظر گرفتن متغیرهای ξ و τ ، معادله $mkdv$ که دارای جواب‌های سالیتمونی است حاصل می‌شود.

تغییرات بار غبار منجر به تغییر جملات غیر خطی و پاشنده می‌شود که در کارهای قبلی در مورد معادله kdv این تغییرات و مؤلفه فشار در نظر گرفته نشده بود.

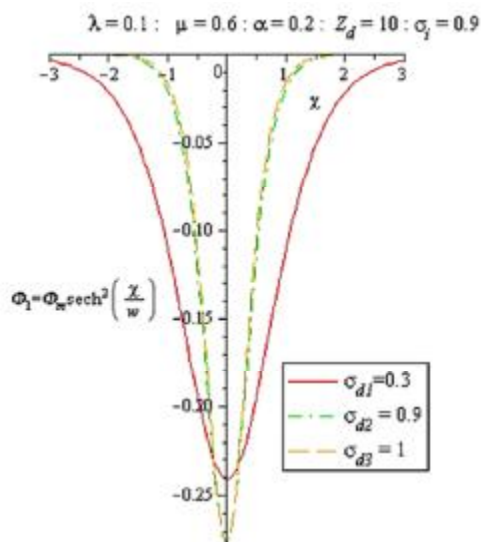
با تعریف جدیدی از متغیرهای مستقل تأثیر یون‌های غیر حرارتی، چگالی و دما روی رفتار سالیتمون‌ها بررسی شده است.



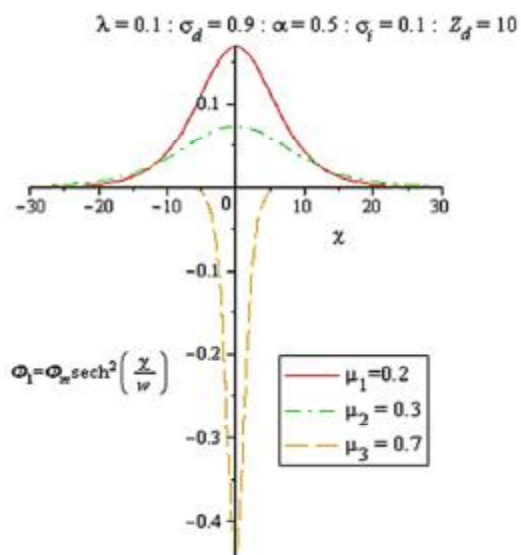
شکل 3. Φ بر حسب x برای مقادیر ثابت $\lambda, Z_d, \mu, \sigma_d, \sigma_i$ و مقادیر مختلف α



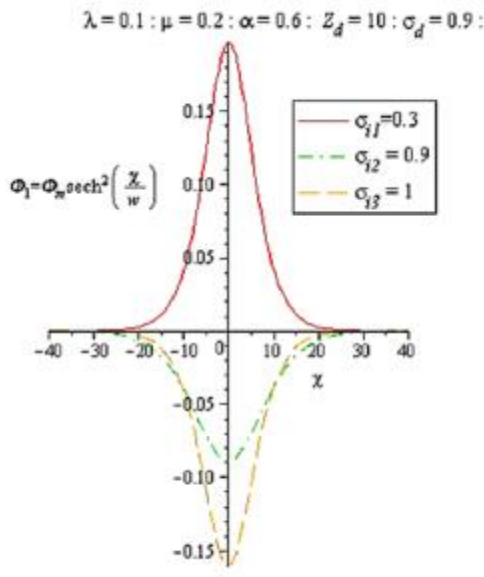
شکل 1. Φ بر حسب x برای مقادیر ثابت $\alpha, \sigma_i, \sigma_d, \lambda, Z_d$ و مقادیر مختلف μ



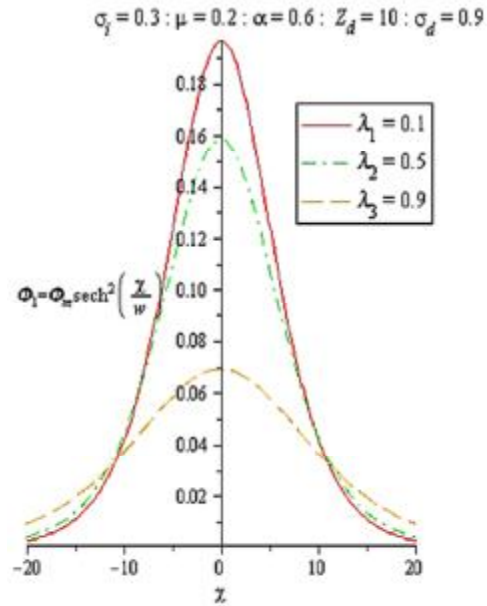
شکل 4. Φ بر حسب x برای مقادیر ثابت $\lambda, Z_d, \mu, \alpha, \sigma_i$ و مقادیر متفاوت σ_d



شکل 2. Φ بر حسب x برای مقادیر دیگری از ثابت‌های $\alpha, \sigma_i, \sigma_d, \lambda, Z_d$ و مقادیر مختلف μ



شکل 6. Φ بر حسب x برای مقادیر ثابت $\lambda, \alpha, \mu, Z_d$ و σ_d مقادیر متفاوت σ_i



شکل 5. Φ بر حسب x برای مقادیر ثابت $\sigma_i, \sigma_d, \alpha, \mu, Z_d$ و مقادیر متفاوت λ

منابع

- [1] F. Verheest , Waves in dusty Space plasmas, Kluwer Academic, Dordrecht, 2000.
- [2] P.K. Shukla, Dust acoustic wave in a thermal dusty plasma. Phys. Rev. E 61 (2000) 7249–7251.
- [3] NN. Rao, P. K. Shukla and My. Yu , Dust-acoustic waves in dusty plasmas. Planet Space Sci 38(1990) 543-546.
- [4] P. K. Shukla and V. P. Silin , Dust ion-acoustic wave, Phys. Scr. 45 (1992) 508.
- [5] R. Bharuthram and P. K. Shukla, Large amplitude ion-acoustic solitons in a dusty plasma. Planet Space Sci. 40 (1992) 973-977.
- [6] Y. Nakamura and A. Sarma , Observation of ion-acoustic solitary waves in a dusty plasma. Phys Plasmas 8 (2001) 3921-3927.
- [7] J. H. He, Variational principles for some nonlinear partial differential equations with variable coefficients, Chaos, Soliton and Fractals 19 (2004) 847-852.
- [8] O. Rahman et al, Dust-Acoustic Solitary Waves in an Unmagnetized Dusty Plasma with Arbitrarily Charged Dust Fluid and Trapped Ion Distribution. International Journal of Astronomy and Astrophysics, 4 (2014) 119-127.
- [9] T. S. Gill, N. S. Saini and H. Kaur, The Kadomstev–Petviashvili equation in dusty plasma with variable dust charge and two temperature ions, Chaos, Solitons and Fractals 28 (2006) 1106-1111.
- [10] A.R. Seadawy, Stability analysis for Zakharov–Kuznetsov equation of weakly nonlinear ion-acoustic waves in a plasma, Computers Math Applic. 67 (2014) 172-180.
- [11] N.S. Saini and R. Kohli, Dust-acoustic solitary waves and double layers with two temperature ions in a nonextensive dusty plasma, Astrophys. Space Sci. 348 (2013) 483–494.
- [12] D. M. Mothibi and M. K. Chaudry, Conservation Laws and Exact Solutions of a Generalized Zakharov–Kuznetsov Equation, Symmetry 7 (2015) 949-961.
- [13] M.M. Lin and W. S. Duan, Dust acoustic solitary waves in a dusty plasmas with

- nonthermal ions, Chaos, Solitons and Fractals, 33 (2007) 1189-1196.
- [14] A. A. Mamun, et al. Multi-dimensional instability of electrostatic solitary structures in magnetized nonthermal dusty plasmas, Planet Space Sci 48(2000)163-173.
- [15] R. A. Cairns et al. Electrostatic solitary structures in nonthermal plasmas, Geophys Res Lett. 22 (1995) 2709-2712.
- [16] A. A. Mamun, Effects of ion temperature on electrostatic solitary structures in nonthermal plasmas. Phys Rev E 55 (1997) 1852-1857.
- [17] W. S. Daun, The Kadomtsev-Petviashvili (kp) equation of dust acoustic waves for hot dust plasmas, Chaos, Solitons and Fractals 14 (2002) 503-506.
- [18] Xie BS, He KF, Huang ZQ. Dust-acoustic solitary waves and double layers in dusty plasma with variable dust charge and two-temperature ions. Phys Plasma 1999; 6: 3808-3817.
- [19] Drazin P. G., Johnson R.S., Solitons: an Introduction (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1989).
- [20] Remoissenet M., Waves Called Solitons: Concepts and experiments, 2nd ed. (Springer-Verlag, Berlin, 1996).
- [21] Pakzad H.r, Javidan K. Solitary waves in dusty plasmas with variable dust charge and two temperature ions. Chaos, Solitons and Fractals. (2009); 42: 2904-2913.
- [22] Krall N., Trivelpiece A.W., Principles of plasma physics. (McGraw-Hill, Inc, 1973).
- [23] Moslem WM. Dust-ion-acoustic solitons in a strong magnetic field. Phys Lett A 2006; 351:290-295.
- [24] T. S. Gill, H. Kaut and N. S. Saini, Dust-acoustic solitary waves in a finite temperature dusty plasma with variable dust charge and two temperature ions, J Plasma Phys. 70 (2004) 481-495.