Quarterly Journal of Optoelectronic
Year 1, No. 2, Autumn 2016 (P 23-32)

فصلنامه اپتوالکترونیک
سال اول، شماره دوم، پاییز ۱۳۹۵ (ص ۲۳ – ۳۲)

امواج سالیتاری آکوستیک – غباری در پلاسمای غباری با بار غبار متغیر

قاسم فروزانی*[۱]، ملوس محمدی[۲]
۱. گروه فیزیک دانشگاه پیام نور، تهران، ایران.
۲. کارشناسی ارشد، فیزیک دانشگاه بوعلی سینا

تاریخ دریافت: ۱۳۹۵/۰۷/۰۸ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۵/۰۹/۱٤

Dust - Acoustic Solitary Waves in Dusty Plasma with Variable Dust Charge

Gh.forozani*[1], M. Mohammadi[2]
1. Department of Physics, Payame Noor University, Tehran, Iran.
2. MsC., Physics, Bu-Ali Sina Univesity

Received: 2016/09/29 **Accepted:** 2016/12/04

چکیده

در این مقاله امواج سالیتاری آکوستیک غباری در پلاسمای غباری، که شامل ذرات غبار باردار منفی، الکترون‌های توزیع‌شده بولتزمنی و یون‌های توزیع شده غیر – حرارتی با بار غبار متغیر است، بررسی شده است. با استفاده از روش کاهش اختلال، معادله kdv و نوع تعمیم یافته آن به دست آمده است.

پتانسیل سقدی‌اف و شرایط پایداری برای حل سالیتونی مورد بررسی قرار گرفته است.

واژگان کلیدی

موج آکوستک غباری، پتانسیل سقدی‌اف، روش کاهش اختلال.

Abstract

In this article we are going to consider dust acoustic solitary wave in dusty plasma whose constituents are inertial negative charged dust particles, Boltzmann distributed electrons and non-thermal distributed ions with variable dust charge. Using reductive perturbation method, we have obtained Korteweg-de Veries (kdv) and modified kdv (mkdv) equations.

A Sagdeev potential for the system and stability conditions for solitonic solution are also derived.

Keywords

Dust Acoustic Wave, Sagdeev Potential, Reductive Perturbation Method.

*** نویسندهٔ مسئول:** قاسم فروزانی

*Corresponding Author: forozani@pnu.ac.ir

مقدمه

پلاسمای غباری با وارد کردن ذرات غبار با اندازه‌های نانو تا یک میکرومتر که دارای جرم زیاد هستند، ایجاد می‌شود. ذرات غبار اثرات جمعی متفاوتی ایجاد می‌کنند که موضوع بسیاری از تحقیقات انجام شده در سال‌های اخیر است [۱]. ذرات غبار باردار تغییرات خیلی مهمی در رفتار سیستم از جمله، ایجاد مدهای جدید می‌کند.

موج آکوستیک غباری (DAW) یکی از این مدهای جدید است [۲]. موج آکوستیک غباری ابتدا به صورت نظری در پلاسمای غباری غیر مغناطیده توسط Rao et.al [۳] گزارش گردید. سپس Shukla و Silina در فرکانس‌های بالاتر وجود امواج آکوستیک یونی را نمایش دادند [۴]. پلاسمای غباری که خود یکی از شاخه‌های پلاسما است، بیشترین رشد را داشته است.

در سال‌های اخیر بیشترین حجم مقالات منتشر شده در زمینهٔ فیزیک پلاسمای غباری مربوط به امواج آکوستیک غباری و شبکه پلاسمای غباری است. انتشاراموج آکوستیک غباری در یک بعد منجر به معادله Korteweg-de Vries(kdv) می‌شود [۸-۵].

با بررسی انتشاراموج آکوستیک غباری در ابعاد بالاتر معادله Kadomester-Petriashvili(KP) به دست می‌آید[۹]. معادلهٔ Zakharov–Kuznetsov (ZK) یک معادلهٔ تحول غیر خطی همسانگرد است که ابتدا برای امواج اکوستیکی خطی ضعیف در یک پلاسمای بدون اتلاف مغناطیده قوی در دو بعد به دست آمد [۱۲-۱۰]. Lin و Daun امواج سالیتاری اکوستیکی غباری را در پلاسمای غباری با یون‌های غیر حرارتی در نظر گرفتند [۱۳].

در این مقاله پلاسمای غباری غیر مغناطیده که شامل بار غبار متغیر، الکترون‌های با توزیع بولتزمانی و یون‌های توزیع شده غیر حرارتی است، معادله انتشارموج آکوستیک غباری با استفاده از روش اختلال کاهشی بررسی شده است.

در بخش معادلات اساسی، معادلات اساسی برای حرکت موج اکوستیکی غبار و در بخش ۳ با استفاده از روش اختلال کاهشی معادله kdv و همچنین پتانسیل Sagdeev جهت بررسی پایداری سالیتونی مورد ارزیابی قرار گرفته است. در بخش ۴ معادله تعمیم یافته (mkdv)kdv به دست آمده است.

معادلات اساسی

معادلات اساسی برای بررسی موج آکوستیک غباری در پلاسمای غباری غیرمغناطیده با نوسانات بار غبار، الکترون‌های توزیع بولتزمنی و یون‌های غیرحرارتی به صورت زیر است:

$$\frac{\partial \mathrm{n_d}}{\partial \mathrm{t}} + \frac{\partial}{\partial \mathrm{x}}(\mathrm{n_d u_d}) = 0 \qquad (۱)$$

$$\frac{\partial \mathrm{u_d}}{\partial \mathrm{t}} + \mathrm{n_d u_d}\frac{\partial \mathrm{u_d}}{\partial \mathrm{x}} + \sigma_\mathrm{d}\frac{\partial \mathrm{p_d}}{\partial \mathrm{x}} = -\mathrm{n_d z_d}\frac{\partial \phi}{\partial \mathrm{x}} \qquad (۲)$$

$$\frac{\partial \mathrm{p_d}}{\partial \mathrm{t}} + \mathrm{u_d}\frac{\partial \mathrm{p_d}}{\partial x} + 3\mathrm{p_d}\frac{\partial \mathrm{u_d}}{\partial \mathrm{x}} = 0 \qquad (۳)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial \mathrm{x}^2} = z_d \mathrm{n_d} + \mu \mathrm{n_e} - \frac{1}{1-\mu}\mathrm{n_i} \qquad (۴)$$

که n_d و u_d به ترتیب چگالی تعداد ذرات غبار و سرعت ذره غبار است که به $n_{0\mathrm{d}}$ و $c_d = (\frac{z_d T_i}{m_d})^{\frac{1}{2}}$ بهنجار شده‌اند. z_d، m_d و Φ به ترتیب تعداد بار روی ذرات غبار، جرم ذره و پتانسیل الکترواستاتیکی است. z_d و Φ به ترتیب به $z_{0\mathrm{d}}$ و $\frac{T_i}{\mathrm{e}}$ بهنجار شده‌اند.

متغیرهای فضا و زمان به ترتیب به دوره تناوب غبار پلاسما $w_{\mathrm{pd}}^{-1} = (\frac{\mathrm{m_d}}{4\pi \mathrm{e}^2 \mathrm{n_{d0}} \mathrm{z_d^2}})^{\frac{1}{2}}$ و طول دیبای $\lambda_{\mathrm{De}} = (\frac{\mathrm{T_i}}{4\pi \mathrm{e}^2 \mathrm{n_{d0}} \mathrm{z_d^2}})^{\frac{1}{2}}$ بهنجار شده‌اند.

در این رابطه $\sigma_\mathrm{i} = \frac{\mathrm{T_i}}{\mathrm{T_e}}$ که $\mathrm{T_i}$ و $\mathrm{T_e}$ به ترتیب دمای یون‌ها و الکترون‌ها هستند، $\mu = \frac{n_{0e}}{\mathrm{n_{0i}}}$, که n_{0e} و $\mathrm{n_{0i}}$ به ترتیب چگالی الکترون‌ها و یون‌های غیر اختلالی در موج غبار است.

n_i چگالی تعداد یون‌های غیرگرمایی و n_e چگالی تعداد الکترون‌های بولتزمنی است و از روابط زیر به دست می‌آیند [۱۵-۱۴]:

$$n_e = \frac{1}{1-\mu}\exp(\sigma_i \phi) \quad (۵)$$

$$n_i = [1 + \frac{4\alpha}{1+3\alpha}(\emptyset + \emptyset^2)]\exp(\emptyset) \quad (۶)$$

α پارامتری است که جمعیت یون‌های غیر حرارتی را تعریف می‌کند [۱۵-۱۶]. در حالت $\alpha = 0$ ، می‌توان از اثر یون‌های حرارتی صرف نظر نمود. خنثی بودن بار در حالت تعادل منجر به معادله زیر می‌شود:

$$n_{0e} + n_{0d} z_{0d} = n_{0i} \quad (۷)$$

تغییرات بار غبار به علت برخورد بین الکترون‌ها و یون‌ها باذرات غبار است. برخورد الکترون‌ها و یون‌ها با ذرات پلاسما یک جریان باری تولید می‌کند. معادله تعادل جریان باری عبارت است از:

$$\frac{\partial q_d}{\partial t} = I_e + I_i \quad (۸)$$

که I_e و I_i به ترتیب جریان الکترون‌ها و یون‌ها است. اگر سرعت جریان الکترون‌ها و یون‌ها را خیلی کوچکتر از سرعت حرارتی در نظر بگیریم، آنگاه $\frac{dq_d}{dt} \ll I_i, I_e$ و معادله تعادل جریان بار (۸) تبدیل می‌شود به $I_i + I_e \approx 0$.

جریان الکترون‌ها و یون‌ها عبارت است از [۱۷]:

$$I_e = -e\pi r^2 \left(\frac{8T_e}{\pi m_e}\right)^{\frac{1}{2}} n_e \exp\left(\frac{e\Phi}{T_e}\right) \quad (۹)$$

$$I_i = e\pi r^2 \left(\frac{8T_i}{\pi m_i}\right)^{\frac{1}{2}} n_i \left(1 - \frac{e\Phi}{T_i}\right) \quad (۱۰)$$

که Φ مشخص کننده پتانسیل سطحی ذره غبار وابسته به پتانسیل پلاسما است [۱۸] و Z_d بار بهنجار شده غبار است که از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$Z_d = \frac{\Psi}{\Psi_0} \quad (۱۱)$$

که $\Psi = \frac{e\Phi}{T_{eff}}$ و $\Psi_0 = \Psi(\emptyset = 0)$ هستند.

به دست آوردن معادله kdv

معادله انتشار موج اکوستیکی غباربا درنظر گرفتن پلاسمای غبار غیر مغناطیده شامل تغییرات ذرات غبار با معرفی مختصا ت جدید ξ و τ که به صورت زیر تعریف می‌شوند به دست می‌آید:

$$\xi = \varepsilon^{\frac{1}{2}}(x - \lambda t) \text{ و } \tau = \varepsilon^{\frac{3}{2}} t \quad (۱۲)$$

که λ سرعت فاز و ε پارامتر بسط کوچک بدون بعد است. با بسط متغیرهای مستقل زیر داریم:

$$n_d = 1 + \varepsilon n_{d1} + \varepsilon^2 n_{d2} + \cdots \quad (۱۳)$$

$$u_d = \varepsilon u_{d1} + \varepsilon^2 u_{d2} + \quad (۱۴)$$

$$\phi = \varepsilon\phi_1 + \varepsilon^2\phi_2 + \cdots \quad (۱۵)$$

$$p = 1 + \varepsilon p_{d1} + \varepsilon^2 p_{d2} + \varepsilon^3 p_{d3} + \cdots \quad (۱۶)$$

$$Z = 1 + \varepsilon^2 Z_{d1} + \varepsilon^4 Z_{d2} + \cdots \quad (۱۷)$$

جای‌گذاری معادلات (۱۷-۱۳) در معادلات پایه (۴-۱)، و با توجه به ضرائب مرتبه اول ε داریم:

$$n_{d1} = \frac{1}{3\sigma_d - \lambda^2}\emptyset_1 , u_{d1} = \frac{\lambda}{3\sigma_d - \lambda^2}\emptyset_1 , p_{d1} = \frac{3}{\lambda^2 - 3\sigma_d}\emptyset_1 \quad (۱۸)$$

همچنین از تساوی ضرائب توان مرتبه دوم ε خواهیم داشت:

$$\frac{\partial n_{d1}}{\partial \tau}-\lambda\frac{\partial n_{d2}}{\partial \xi}+\frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi}+\frac{\partial (n_{d1}u_{d1})}{\partial \xi}=0 \quad (۱۹)$$

$$\frac{\partial u_{d1}}{\partial \tau}-\lambda\frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi}-\lambda n_{d1}\frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi}+u_{d1}\frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi}+\sigma_d\frac{\partial p_{d2}}{\partial \xi}=-n_{d1}\frac{\partial \phi_1}{\partial \xi}-\frac{\partial \phi_2}{\partial \xi} \quad (۲۰)$$

$$\frac{\partial p_{d1}}{\partial \tau}-\lambda\frac{\partial p_{d2}}{\partial \xi}+u_{d1}\frac{\partial p_{d1}}{\partial \xi}+3\frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi}+3p_{d1}\frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi}=0 \quad (۲۱)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_1}{\partial \xi^2}=Z_{d1}+n_{d2}+\left[\frac{\mu\sigma_i+3\alpha\mu\sigma_i-\alpha+1}{(1-\mu)(1+3\alpha)}\right]\phi_2+\left(\frac{\mu\sigma_i^2-1}{2(1-\mu)}\right)\phi_1^2 \quad (۲۲)$$

و با جای‌گذاری معادلات (۲۲-۱۹) در معادله (۱۸) معادلهٔ kdv به دست می‌آید:

$$\frac{\partial \phi_1}{\partial \tau}+C\phi_1\frac{\partial \phi_1}{\partial \xi}+D\frac{\partial^3 \phi_1}{\partial \xi^3}=0 \quad (۲۳)$$

ضریب C در این معادله می‌تواند مثبت یا منفی باشد. اگر C مثبت باشد موج سالیتاری برآمده و در حالت منفی موج سالیتاری فرورفته است. C و D تابعی از پارامترهای پلاسما ($\sigma\ \alpha,\ \mu,$) هستند و عبارت‌اند از:

$$C=\frac{\lambda(A^2+2A^3\lambda^2+12A^3\sigma_d-2B)}{A^2\lambda^2+3A^2\sigma_d+A} \quad (۲۴)$$

$$D=\frac{\lambda}{A^2\lambda^2+3A^2\sigma_d+A} \quad (۲۵)$$

و ضرائب A و B عبارتند از:

$$A=\frac{\mu\sigma_i+3\alpha\mu\sigma_i-\alpha+1}{(1-\mu)(1+3\alpha)},\ B=\frac{\mu\sigma_i^2-1}{2(1-\mu)}$$

می‌توان نشان داد که معادله (۲۳) دارای جواب‌های سالیتونی است [۲۰-۱۹]. ساده‌ترین جواب تک سالیتونی عبارت است از:

$$\phi_1=\phi_m\mathrm{sech}^2\left(\frac{x}{\omega}\right) \quad (۲۶)$$

$$\phi_m=\frac{3\lambda}{C}\ ;\ \omega=2\sqrt{\frac{D}{\lambda}}\ ;\ \chi=\xi-\lambda\tau \quad (۲۷)$$

که $\phi_m=\frac{3\lambda}{C}$ دامنه سالیتون، $w=2\sqrt{\frac{D}{\lambda}}$ پهنای سالیتون و λ سرعت سالیتون است.

برای بررسی حل سالیتونی نسبت به چارچوبی که با سرعت λ حرکت می‌کند، از تغییر متغیر $\chi=\xi l-\lambda\tau$ استفاده می‌کنیم، که l کسینوس جهتی بردار موج k در طول محور ξ می‌باشد.

با انتگرال‌گیری از معادله (۲۳) نسبت به متغیر χ داریم [۲۱]:

$$\frac{d^2\phi_1}{d\chi^2}=\frac{\lambda}{Dl^3}\phi_1-\frac{C}{2Dl^2}\phi_1^2 \quad (۲۸)$$

این معادله دارای جواب سالیتونی به صورت زیر است:

$$\phi_1=\phi_m\mathrm{sech}^2\left(\frac{\chi}{\omega}\right) \quad (۲۹)$$

$$\phi_m=\frac{3\lambda}{Cl}\ ;\ \omega=2\sqrt{\frac{Dl^3}{\lambda}}\ ;\ \chi=\xi l-\lambda\tau \quad (۳۰)$$

که $\emptyset_m$ مشابه قبل دامنهٔ سالیتون و ω پهنای سالیتون است.

چنانچه مشاهده می‌شود دامنهٔ سالیتون متناسب با معکوس کسینوس جهتی است در حالی که پهنای سالیتون مستقیما متناسب با کسینوس جهتی است.

پهنای یک موج سالیتونی پایدار باید حقیقی باشد. شرایط پایداری این جواب بر اساس روش ساده شده انرژی یررسی می‌شود [۲۲]

$$\frac{d^2\emptyset_1}{\mathrm{d}\chi^2} = \frac{\lambda}{\mathrm{D}l^3}\emptyset_1 - \frac{\mathrm{c}}{2\mathrm{D}l^2}\emptyset_1^2 = -\frac{dV(\emptyset_1)}{d\emptyset_1} \quad (۳۱)$$

با توجه به معادله فوق پتانسیل سقدی‌اف به صورت زیر به دست می‌آید:

$$V(\emptyset_1) = \frac{C}{6\mathrm{D}l^2}\emptyset_1^3 - \frac{\lambda}{\mathrm{D}l^3}\emptyset_1^2 \quad (۳۲)$$

واضح است که در نقطهٔ $\Phi_1 = 0$ کمیت‌های $V(\emptyset_1) = 0$ و $\frac{dV(\emptyset_1)}{\mathrm{d}\Phi_1} = 0$ می‌باشند.

$$\frac{d^2\emptyset_1}{\mathrm{d}\chi^2} = \frac{\lambda}{\mathrm{D}l^3}\emptyset_1 - \frac{\mathrm{C}}{2\mathrm{D}l^2}\emptyset_1^2 = -\frac{dV(\emptyset_1)}{d\emptyset_1} \quad (۳۳)$$

برای پایداری حل سالیتونی باید شرایط زیر برقرار باشد [۲۴-۲۳]:

۱) $\left.\frac{d^2V(\emptyset_1)}{\mathrm{d}\phi_1^2}\right|_{\emptyset_1=0} < 0$

۲) باید نقطه عبوری غیر صفر $\emptyset_0$ وجود داشته باشد، به طوری‌که $V(\phi_0) = 0$ باشد.

۳) باید $0 < \phi < \phi_0 \rightarrow \mathrm{V}(\phi) < 0$

چنانچه مشاهده می‌شود در $\emptyset_1 = 0$:

$$\mathrm{V}(\emptyset_1) = \frac{\mathrm{dV}(\emptyset_1)}{\mathrm{d}\emptyset_1} = 0 \quad (۳۴)$$

بنابراین ازمعادلات (۳۲)و (۳۳) داریم:

$$\left.\frac{d^2V(\emptyset_1)}{\mathrm{d}\phi_1^2}\right|_{\emptyset_1=0} = -\frac{\lambda}{Dl^3} < 0 \quad (۳۵)$$

به ازای $D > 0$ و$u > 0$، اگر زاویه بین بردار موج k با محور ξ یعنی θ، از ۰ تا ۹۰ درجه تغییر کند $(0 \leq \theta < 90)$، سالیتون پایدار و نیز اگر $D < 0$ و همچنین θ از ۹۰ تا ۱۸۰ درجه تغییر کند، سالیتون پایدار است.

و در نتیجه از آن‌جایی‌که ذرات غبار به طور مداوم با ذرات دیگر در حال برخورد است؛ بنابراین اثر نوسانات بار غبار وارد شده است. با وارد کردن این اثر و مؤلفه فشار مجدداً معادله kdv به دست آمده است.

با استفاده از پتانسیل سقدی‌اف مشاهده می‌شود که سالیتون‌های مورد بررسی پایدار هستند.

معادله تعمیم یافته kdv

ضریب C مربوط به جمله غیر خطی می‌تواند مثبت یا منفی باشد.

به ازای C=0 دامنه موج بی‌نهایت می‌شود و استفاده از متغیرهای مستقل:

$$\xi = \varepsilon^{\frac{1}{2}}(x - \lambda t) \text{ and } \tau = \varepsilon^{\frac{3}{2}}t \quad (۳۶)$$

معتبر نخواهد بود و باید متغیرهای جدیدی را تعریف کنیم:

$$\xi = \varepsilon(x - \lambda t) \ , \ \tau = \varepsilon^3 t \qquad (۳۷)$$

با جای‌گذاری معادلات (۱۷-۱۳) در (۴-۱) و در نظر گرفتن جملات با توآنهای یکسان ε، در پایین‌ترین مرتبه داریم:

$$n_{d1} = \frac{1}{\lambda^2 - 3\sigma_d}\emptyset_1;\ u_{d1} = \frac{\lambda}{\lambda^2 - 3\sigma_d}\emptyset_1;\ p_{d1} = \frac{3}{\lambda^2 - 3\sigma_d}\emptyset_1;\ N = \frac{1}{3\sigma_d - \lambda^2} = \frac{\mu\sigma_i + 3\alpha\mu\sigma_i - \alpha + 1}{(1-\mu)(1+3\alpha)} \qquad (۳۸)$$

با در نظر گرفتن توان مرتبه دو ε خواهیم داشت:

$$-\lambda\frac{\partial n_{d2}}{\partial \xi} + \frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} + \frac{\partial (n_{d1}u_{d1})}{\partial \xi} = 0 \qquad (۳۹)$$

$$-\lambda\frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} - \lambda n_{d1}\frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} + u_{d1}\frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi} + \sigma_d\frac{\partial p_{d2}}{\partial \xi} = \frac{\partial \emptyset_2}{\partial \xi} - n_{d1}\frac{\partial \emptyset_1}{\partial \xi} \qquad (۴۰)$$

$$-\lambda\frac{\partial p_{d2}}{\partial \xi} + u_{d1}\frac{\partial p_{d1}}{\partial \xi} + 3\frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} + 3p_{d1}\frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi} = 0 \qquad (۴۱)$$

$$z_{d1} + n_{d2} - \left(\frac{\mu\sigma_i + 3\alpha\mu\sigma_i - \alpha + 1}{(1-\mu)(1+3\alpha)}\right)\emptyset_2 + \emptyset_1^2\left\{\frac{\mu\sigma_i^2 - 1}{2(1-\mu)}\right\} = 0 \qquad (۴۲)$$

همچنین با توجه به توآنهای بالاتر ε داریم:

$$-\lambda\frac{\partial n_{d3}}{\partial \xi} + \frac{\partial n_{d1}}{\partial \tau} + \frac{\partial u_{d3}}{\partial \xi} + \frac{\partial (n_{d1}u_{d2})}{\partial \xi} + \frac{\partial (n_{d2}u_{d1})}{\partial \xi} = 0 \qquad (۴۳)$$

$$\frac{\partial u_{d1}}{\partial \tau} - \lambda n_{d2}\frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi} - \lambda n_{d1}\frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} - \lambda\frac{\partial u_{d3}}{\partial \xi} + n_{d1}u_{d1}\frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi} + u_{d2}\frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi} + u_{d1}\frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} + \sigma_d\frac{\partial p_{d3}}{\partial \xi} = -\frac{\partial \emptyset_3}{\partial \xi} - z_{d1}\frac{\partial \emptyset_1}{\partial \xi} + n_{d1}\frac{\partial \emptyset_2}{\partial \xi} - n_{d2}\frac{\partial \emptyset_1}{\partial \xi} \qquad (۴۴)$$

$$-\lambda\frac{\partial p_{d3}}{\partial \xi} + \frac{\partial p_{d1}}{\partial \tau} + u_{d1}\frac{\partial p_{d2}}{\partial \xi} + u_{d2}\frac{\partial p_{d1}}{\partial \xi} + 3\frac{\partial u_{d3}}{\partial \xi} + 3p_{d1}\frac{\partial u_{d2}}{\partial \xi} + 3p_{d2}\frac{\partial u_{d1}}{\partial \xi} = 0 \qquad (۴۵)$$

$$\frac{\partial^2 \emptyset_1}{\partial \xi^2} = n_{d3} + n_{d1}z_{d1} + \left(\frac{\mu\sigma_i + 3\alpha\mu\sigma_i - \alpha + 1}{(1-\mu)(1+3\alpha)}\right)\emptyset_3 + \left\{\frac{1-\mu\sigma_i^2}{(1-\mu)}\right\}\emptyset_1\emptyset_2 - \frac{2\alpha}{(1-\mu)(1+3\alpha)}\emptyset_1^3 \qquad (۴۶)$$

با معرفی:

$$A = -\frac{1}{2}\left\{\frac{1-\mu\sigma_i^2}{(1-\mu)}\right\} \ \text{و} \ B = -\frac{2\alpha}{(1-\mu)(1+3\alpha)} \qquad (۴۷)$$

و با جای‌گذاری معادلات (۴۴-۴۰) در (۴۸-۴۵) معادلات زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{\partial \emptyset_1}{\partial \tau} + F\frac{\partial \emptyset_1}{\partial \xi} + G\frac{\partial (\emptyset_1\emptyset_2)}{\partial \xi} + H\emptyset_1^2\frac{\partial \emptyset_1}{\partial \xi} + K\frac{\partial^3 \emptyset_1}{\partial \xi^3} = 0 \qquad (۴۸)$$

که

$$K = \frac{\lambda}{N - 3N^2\sigma_d - N^2\lambda^2}\ ; G = \frac{3N^2\lambda + 2A\lambda - 12N^3\sigma_d\lambda}{N - 3N^2\sigma_d - N^2\lambda^2}$$

$$F = \frac{12N^2\sigma_d\lambda z_{d1} - N\lambda z_{d1}}{N - 3N^2\sigma_d - N^2\lambda^2} \qquad (۴۹)$$

$$H = \frac{-7N\lambda A+36N^2\lambda A\sigma_d-3B\lambda-2N^2\lambda^3A-2N^4\lambda^3+2N^2\lambda^2A+2N^4\lambda^2-12N^4\lambda\sigma_d}{N-3N^2\sigma_d-N^2\lambda^2} \quad (۵۰)$$

واضح است که G = C، اگر پارامتر G صفر در نظر گرفته شود معادله (۵۰) به معادله mkdv تبدیل می‌شود:

$$\frac{\partial\emptyset_1}{\partial\tau} + \mathrm{F}\frac{\partial\emptyset_1}{\partial\xi} + \mathrm{H}\emptyset_1^2\frac{\partial\emptyset_1}{\partial\xi} + \mathrm{K}\frac{\partial^3\emptyset_1}{\partial\xi^3} = 0 \quad (۵۱)$$

جواب سالیتونی این معادله عبارت است از:

$$\emptyset_1 = \pm\emptyset_{\mathrm{m}}\,\mathrm{sech}\left(\frac{\chi}{\omega}\right) \quad (۵۲)$$

$$\chi = \xi - \lambda\tau \;\; ; \;\; \emptyset_m = \sqrt{\frac{6(\lambda - F)}{H}} \;\; ; \;\; \omega = \sqrt{\frac{K}{\lambda - F}} \quad (۵۳)$$

که $\emptyset_{\mathrm{m}}$ دامنه سالیتون و ω پهنای آن است.

بررسی شکل سالیتون‌ها به ازای تغییر پارامترهای پلاسما

در شکل ۱ تغییرات شکل سالیتون به ازای مقادیر متفاوت α، σ_{i}، λ و σ_{d} نمایش داده شده است. چنانچه مشاهده می‌شود

شکل ۱ که برای مقادیری از ثابت‌های $\alpha, \sigma_i, \sigma_d, \lambda, z_d$ رسم شده است نشان می‌دهد که اندازهٔ دامنه و پهنای آن به ترتیب با افزایش μ افزایش و کاهش می‌یابند.

شکل ۲ که برای مقادیر دیگری از ثابت‌های α و $\sigma_i, \sigma_d, \lambda, z_d$ رسم شده است نشان می‌دهد که دامنه با افزایش μ تغییر علامت می‌دهد.

شکل ۳ نشان می‌دهد که اندازهٔ دامنهٔ و پهنا به ترتیب با افزایش α کاهش و افزایش می‌یابد. شکل ۴ نشان می‌دهد که دامنه و پهنا به ترتیب با افزایش σ_d افزایش و کاهش می‌یابد.

شکل ۴ نشان می‌دهد که دامنه و پهنا به ترتیب با افزایش σ_i افزایش و کاهش می‌یابد.

شکل ۵ نشان می‌دهد که دامنه و پهنا به ترتیب با افزایش λ کاهش و افزایش می‌یابد.

شکل ۶ نشان می‌دهد که با افزایش σ_i دامنه تغییر علامت داده و پهنا تغییر محسوسی نمی‌کند.

بحث و نتیجه‌گیری

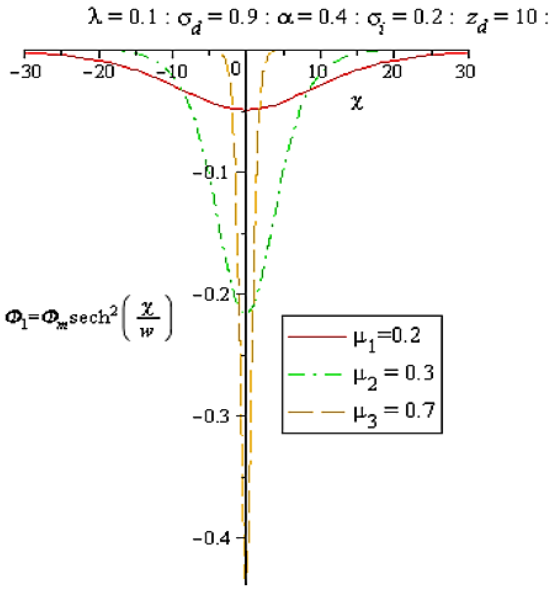
در اینجا امواج سالیتاری اکوستیکی غبار با دامنه کوتاه درپلاسمای غباری در نظر گرفته شد. معادله kdv و جواب سالیتونی آن بررسی شد.

در حالتی که برای الکترون‌ها توزیع بولتزمانی و برای یون‌ها توزیع غیر حرارتی و غبار با بار متغیر در نظر گرفته شد پتانسیل سقدی‌اف در پلاسمای غیر مغناطیده به دست آمد. علامت ضریب c می‌توانست مثبت یا منفی باشد.

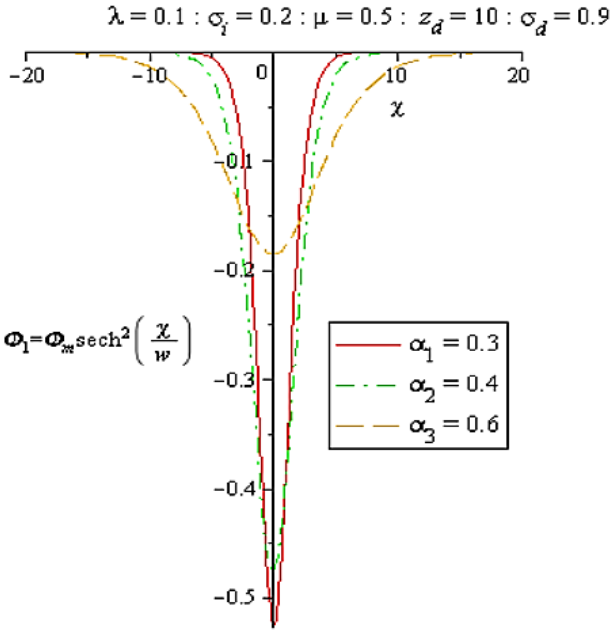
اگر ضریب c برابر صفر اختیار شود، با در نظر گرفتن متغیرهای ξ و τ، معادله mkdv که دارای جواب‌های سالیتونی است حاصل می‌شود.

تغییرات بار غبار منجر به تغییر جملات غیر خطی و پاشنده می‌شود که در کارهای قبلی در مورد معادله kdv این تغییرات و مؤلفه فشار در نظر گرفته نشده بود.

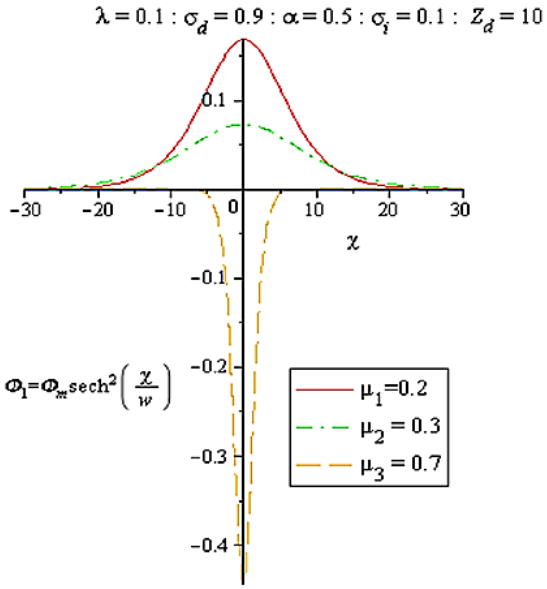
با تعریف جدیدی از متغیرهای مستقل تأثیر یون‌های غیر حرارتی، چگالی و دما روی رفتار سالیتون‌ها بررسی شده است.



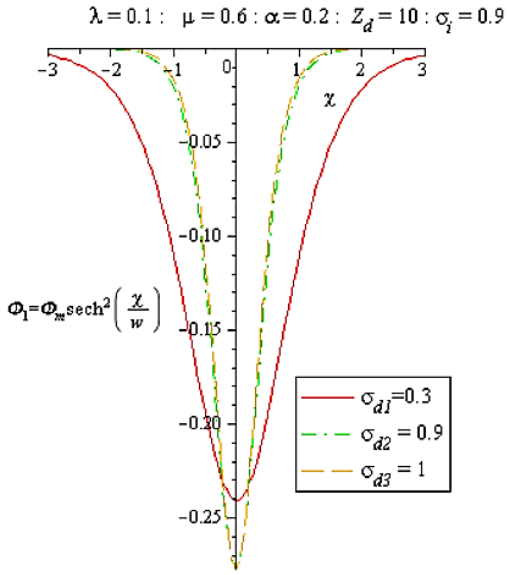
شکل ۱. Φ بر حسب x برای مقادیر ثابت $\alpha, \sigma_i, \sigma_d, \lambda, z_d$ و مقادیر مختلف μ



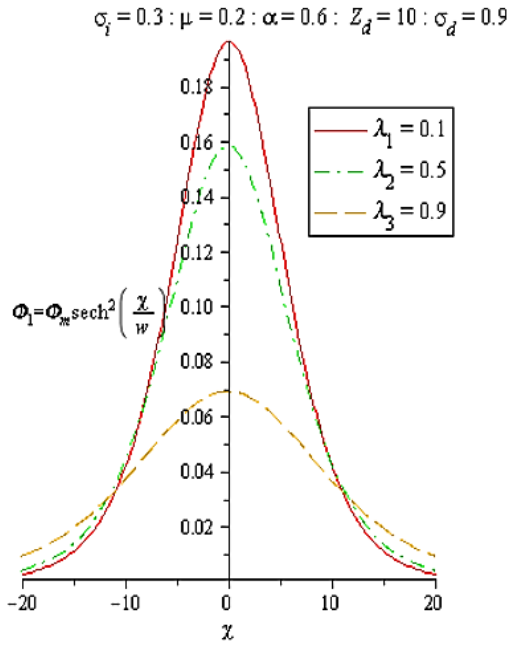
شکل ۳. Φ بر حسب x برای مقادیر ثابت $\sigma_i, \sigma_d, \mu, z_d, \lambda$ و مقادیر مختلف α



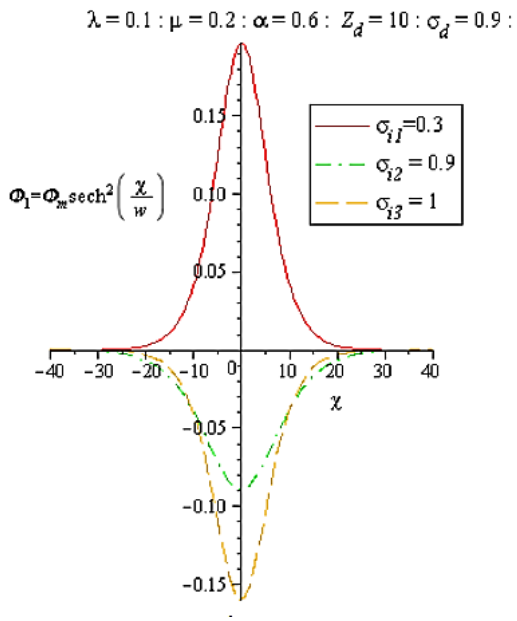
شکل ۲. Φ بر حسب x برای مقادیر دیگری از ثابت‌های $\alpha, \sigma_i, \sigma_d, \lambda, z_d$ و مقادیر مختلف μ



شکل ٤. Φ بر حسب x برای مقادیر ثابت $\sigma_i, \alpha, \mu, z_d, \lambda$ و مقادیر متفاوت σ_d



شکل ۵. Φ بر حسب x برای مقادیر ثابت $\sigma_i, \sigma_d, \alpha, \mu, z_d$ و مقادیر متفاوت λ



شکل ٦. Φ بر حسب x برای مقادیر ثابت $\sigma_d, \lambda, \alpha, \mu, z_d$ و مقادیر متفاوت σ_i

References

[1] F. Verheest , Waves in dusty Space plasmas, Kluwer Academic, Dordrecht, 2000.

[2]P.K. Shukla, Dust acoustic wave in a thermal dusty plasma. Phys. Rev. E 61 (2000) 7249–7251.

[3] NN. Rao,P. K. Shukla and My.Yu , Dust-acoustic waves in dusty plasmas. Plant Space Sci 38(1990) 543-546.

[4] P. K. Shukla and V. P. Silin , Dust ion-acoustic wave, Phys. Scr. 45 (1992) 508.

[5] R. Bharuthram and P. K. Shukla, Large amplitude ion-acoustic solitons in a dusty plasma. Planet Space Sci.40 (1992) 973-977.

[6] Y. Nakamura and A. Sarma , Observation of ion-acoustic solitary waves in a dusty plasma. Phys Plasmas 8 (2001) 3921-3927.

[7] J. H. He, Variational principles for some nonlinear partial differential equations with variable coefficients, Chaos,Soliton and Fractals 19 (2004) 847-852.

[8] O. Rahman etal, Dust-Acoustic Solitary Waves in anUnmagnetized Dusty Plasma with Arbitrarily Charged Dust Fluid and Trapped Ion Distribution. International Journal of Astronomy and Astrophysics, 4 (2014) 119-127.

[9] T. S. Gill, N. S. Saini and H. Kaur, The Kadomstev–Petviashvili equation in dusty plasma with variable dust charge and two temperature ions, Chaos,Solitons and Fractals 28 (2006) 1106-1111.

[10] A.R. Seadawy, Stability analysis for Zakharov–Kuznetsov equation of weakly nonlinear ion-acoustic waves in a plasma, Computers Math Applic. 67 (2014) 172-180.

[11] N.S. Saini and R. Kohli, Dust-acoustic solitary waves and double layers with two temperature ions in a nonextensive dusty plasma, Astrophys. Space Sci. 348 (2013) 483–494.

[12] D. M. Mothibi and M. K. Chaudry, Conservation Laws and Exact Solutions of a Generalized Zakharov–Kuznetsov Equation, Symmetry 7 (2015) 949-961.

[13] M.M. Lin and W. S. Duan, Dust acoustic solitary waves in a dusty plasmas with

nonthermal ions, Chaos,Solitos and Fractals, 33 (2007) 1189-1196.

[14] A. A. Mamun,et al. Multi-dimensional instability of electrostatic solitary structures in magnetized nonthermal dusty plasmas, Planet SpaceSci48(2000)163-173.

[15] R. A. Cains et al. Electrostatic solitary structures in nonthermal plasmas, Geophys ResLett.22 (1995)2709-2712.

[16] A. A. Mamun, Effects of ion temperature on electrostatic solitary structures in nonthermal plasmas. Phys Rev E 55 (1997) 1852-1857.

[17] W. S. Daun, The Kadomtsev-Petviashvili (kp) equation of dust acoustic waves for hot dust plasmas, Chaos, Solitons and Fractals 14 (2002) 503-506.

[18] Xie BS ,He KF,Huang ZQ.Dust-acoustic solitary waves and double layers in dusty plasma with variable dust charge and two-temperature ions. Phys Plasma 1999; 6: 3808-3817.

[19] Drazin P. G., Johnson R.S., Solitons: an Introduction (Cambridge Univ. Press, Cambridge, 1989).

[20] Remoissenet M., Waves Called Solitons: Concepts and experiments, 2nd ed. (Springer-Verlag,Berlin, 1996).

[21] Pakzad H.r, Javidan K. Solitary waves in dusty plasmas with variable dust charge and two temperature ions. Chaos, Solitos and Fractals. (2009); 42: 2904-2913.

[22] Krall N.,Trivelpiece A.W., Principles of plasma physics. (McGraw-Hill,Inc, 1973).

[23] Moslem WM. Dust-ion-acoustic solitons in a strong magnetic field. Phys Lett A 2006; 351:290-295.

[24] T. S. Gill, H. Kaut and N. S. Saini, Dust-acoustic solitary waves in a finite temperature dusty plasma with variable dust charge and two temperature ions, J Plasma Phys. 70 (2004) 481-495.