

ORIGINAL ARTICLE

Investigation of Quantum Coherence and Dense Coding Capacity in a Two-Qubit Superconducting System

Mina Shiri^{1*}, Mehrdad Ghominejad², Mohammad Reza Pourkarimi³

1 Ph.D. Student, Faculty of Physics, Semnan University, Semnan, Iran.

2 Associate Professor, Faculty of Physics, Semnan University, Semnan, Iran.

3 Associate Professor, Department of Physics, Salman Farsi University of Kazerun, Kazerun, Iran.

Correspondence

Mina Shiri

Email: mina_shiri@semnan.ac.ir

ABSTRACT

In this paper, we model a two-qubit system of identical superconducting charge qubits, where Josephson junctions are coupled via a fixed capacitor. In this model, the effects of temperature, Josephson energy, and mutual coupling energy between the two qubits under increase or decrease of coherence and dense coding capacity (DCC) examined. The results indicate that increasing temperature leads to a reduction in coherence and DCC, while mutual coupling energy contributes to increase in these two quantities. On the other hand, Josephson energy has an effect opposite to mutual coupling energy, reducing both coherence and DCC.

KEYWORDS

Two-Qubit System, Quantum Coherence, Dense Coding Capacity.

How to cite

Shiri, M. Ghominejad, M. Pourkarimi, M.R. (2026). Investigation of Quantum Coherence and Dense Coding Capacity in a Two-Qubit Superconducting System, Optoelectronic, 8(2), 29-38.

فصلنامه علمی
اپتوالکترونیک

«مقاله پژوهشی»

بررسی همدوسی کوانتومی و ظرفیت کدگذاری چگال در یک سامانه دو کیوبیتی ابررسانا

مینا شیرى^{۱*}، مهرداد قمی نژاد^۲، محمدرضا پور کریمی^۳

چکیده

در این مقاله ما یک سامانه دو کیوبیت بار ابررسانای یکسان را مدل سازی می کنیم که در آن اتصالات جوزفسون با یک خازن ثابت جفت شده اند. در این مدل، تأثیرات دما، انرژی جوزفسون و انرژی جفت شدگی متقابل بین دو کیوبیت تحت افزایش یا کاهش همدوسی و ظرفیت کدگذاری چگال (DCC) بررسی شدند. نتایج حاکی از آن است که افزایش دما به کاهش همدوسی و ظرفیت کدگذاری چگال منجر می شود، درحالی که انرژی جفت شدگی متقابل به افزایش این دو کمیت کمک می کند. از سوی دیگر انرژی جوزفسون تأثیری مخالف با انرژی جفت شدگی متقابل دارد و همدوسی و ظرفیت کدگذاری چگال را کاهش می دهد.

واژه های کلیدی

سامانه دو کیوبیتی، همدوسی کوانتومی، ظرفیت کدگذاری چگال.

۱ دانشجوی دکتری، گروه فیزیک، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران.
۲ دانشیار، گروه فیزیک، دانشگاه سمنان، سمنان، ایران.
۳ دانشیار، گروه فیزیک، دانشگاه سلمان فارسی کازرون، کازرون، ایران.

نویسنده مسئول:

مینا شیرى

رایانامه: mina_shiri@semnan.ac.ir

استناد به این مقاله:

مینا شیرى، مهرداد قمی نژاد، محمدرضا پور کریمی (۱۴۰۴). بررسی همدوسی کوانتومی و ظرفیت کدگذاری چگال در یک سامانه دو کیوبیتی ابررسانا. فصلنامه علمی اپتوالکترونیک، ۲۹(۲)، ۳۸-۳۸.

مقدمه

یکی از گزینه‌های مهم برای پیاده‌سازی اطلاعات کوانتومی، ساختارهای حالت جامد هستند که به‌طور مصنوعی طراحی شده‌اند تا رفتار ذرات کوانتومی را شبیه‌سازی کنند. پردازش اطلاعات کوانتومی بر پایه کیوبیت‌ها انجام می‌شود. گزینه‌های متعددی برای ساخت کیوبیت‌ها وجود دارد که از جمله آن‌ها می‌توان به سامانه‌های دو تراز کوانتومی نظیر کیوبیت‌های اسپین [۱]، کیوبیت‌های یون به دام افتاده [۵-۲]، کیوبیت‌های فوتونی [۶] و کیوبیت‌های ابررسانا [۷ و ۸] اشاره کرد.

در میان بسترهای مختلف، کیوبیت‌های ابررسانا به دلیل مقیاس پذیری، کنترل پذیری و سازگاری با تکنیک‌های ساخت نیمه‌رساناها به‌عنوان یکی از گزینه‌های اصلی در ساخت رایانه‌های کوانتومی مطرح شده‌اند. بسته به پیکربندی خارجی، این کیوبیت‌ها قادرند عامل‌های فاز، شار مغناطیسی و یا بار الکتریکی را کنترل کنند.

مدارهای کوانتومی ابررسانا براساس اتصالات جوزفسون را می‌توان به سه نوع مدار اصلی به نام‌های کیوبیت‌های بار [۱۲-۹] کیوبیت‌های شار [۱۵-۱۳] و همچنین کیوبیت‌های فاز [۱۸-۱۶] طبقه‌بندی کرد.

مدل فلی شامل دو کیوبیت بار جعبه زوج کوپر^۴ است که از طریق یک خازن ثابت به هم متصل شده‌اند. انرژی جفت‌شدگی بین این کیوبیت‌ها برای تخمین درجه درهم‌تنیدگی در سامانه دو کیوبیتی استفاده می‌شود. هر جعبه زوج کوپر، یک سامانه دو سطحی با حالت‌های $|0\rangle$ و $|1\rangle$ را دربردارد. این حالت‌ها که با $2e$ بار الکترون از یک زوج کوپر متفاوت هستند، به واسطه جفت‌شدگی جوزفسون به‌طور هم‌دوس ترکیب شده‌اند. اتصال این دو جعبه از طریق خازن، تداخل در حالت‌های کوانتومی و در نتیجه زنش کوانتومی ایجاد می‌نماید [۱۰].

کیوبیت‌های بار ابررسانا به‌عنوان یک فناوری پیشرفته در محاسبات کوانتومی، با قابلیت‌های منحصر به فرد خود موجب پیشرفت‌های چشمگیری در این حوزه شده‌اند.

در ادامه، به بررسی نقش هم‌دوسی^۵ و ظرفیت کدگذاری چگال^۶ در مدل دو کیوبیتی بار جعبه زوج کوپر می‌پردازیم.

هم‌دوسی کوانتومی

یکی از مشخصه‌های سامانه‌های کوانتومی، هم‌دوسی کوانتومی است که اصل برهم‌نهی را به همبستگی‌های کوانتومی مرتبط

می‌کند. این ویژگی همواره به‌عنوان یک منبع اساسی و کلیدی تلقی می‌شود که مکانیک کلاسیک را از مکانیک کوانتومی جدا می‌کند.

حالت هم‌دوس اولین بار در سال ۱۹۲۶ توسط شرودینگر^۷ [۱۹] مطالعه شد. افرادی چون کلودر^۸ [۲۱ و ۲۰] و گلابر^۹ [۲۲ و ۲۳] نیز در اوایل دهه ۱۹۶۰ مطالعاتی روی حالت‌های هم‌دوس انجام دادند.

همچنین باومگرتر^{۱۰} و همکارانش [۲۴] در سال ۲۰۱۴ روشی دقیق برای اندازه‌گیری هم‌دوسی کوانتومی معرفی کردند. برای تعیین معیار هم‌دوسی ابتدا باید بدانیم که کدام حالت‌ها ناهم‌دوس^{۱۱} هستند.

فضای هیلبرت H_d که براساس پایه‌های ثابت $\{|i\rangle\}_{i=1\dots d}$ تعریف شده است را در نظر می‌گیریم. اگر در این پایه تمامی حالت‌های کوانتومی قطری باشند؛ یعنی به صورت $\delta = \sum_{i=1}^d \delta_i |i\rangle\langle i|$ باشد که در آن δ_i دامنه احتمال زمانی که سامانه در حالت $|i\rangle$ باشد، حالت ناهم‌دوس است و در غیر این صورت حالت هم‌دوس خواهد بود. تمام حالت‌های کوانتومی ناهم‌دوس با I نمایش داده می‌شود. بنابراین وجود عناصر غیرقطری در ماتریس چگالی نشانگر هم‌دوسی است.

برای اندازه‌گیری هم‌دوسی کوانتومی $C(\rho)$ باید شرایط زیر برقرار باشد [۲۵]:

(الف) هر سنج کوانتومی مانند $C(\rho)$ برای مجموعه‌ای از حالت‌های ناهم‌دوسی صفر است اگر و فقط اگر $\rho \in I$ باشد.

(ب) یک‌نوایی این سنج تحت نگاشت ناهم‌دوس کاملاً مثبت و محافظ رد^{۱۲} (ICPTP) کاهش می‌یابد. برای هر عملگر ناهم‌دوس باید $C_\rho \geq C(\Lambda[\rho])$ برقرار باشد که در آن Λ به‌صورت $\Lambda[\rho] = \sum_m K_m \rho K_m^\dagger$ است و K_m اپراتور کراوس ناهم‌دوس است. به‌صورت کلی Λ ، حالت ناهم‌دوس را به حالت ناهم‌دوس دیگری نگاشت می‌کند یعنی:

$$K_m I K_m^\dagger \leq I.$$

(ج) یک‌نوایی تحت نگاشت‌های انتخابی ICPTP به طور میانگین برای حالت ناهم‌دوس برقرار است به‌طوری که داریم:

$$C(\rho) \geq \sum_n q_n C(\Lambda_n[\rho]).$$

(د) از دیدگاه فیزیکی، می‌توان اطمینان حاصل کرد که هم‌دوسی تنها می‌تواند تحت ترکیب حالت‌های کوانتومی کاهش یابد یعنی:

$$\sum_n p_n C(\rho_n) \geq C(\sum_n p_n \rho_n),$$

این عبارت برای تمام مجموعه حالت‌های ρ_n و $p_n \geq 0$ با

7 E. Schrödinger

8 J. R. Klauder

9 R. J. Glauber

10 T. Baumgratz

11 Decoherence

12 Incoherent Completely Positive and Trace Preserving

1 Charge Qubits

2 Flux Qubits

3 Phase Qubits

4 Cooper-pair box

5 Coherence

6 Dense Coding Capacity

کدگذاری بهینه رخ می‌دهد [۲۹].

$$\sum_n p_n = 1$$

سنجه‌هایی نیز برای اندازه‌گیری همدوسی معرفی شده‌اند که در این مقاله به سنجه آنتروپی نسبی می‌پردازیم.

اگر $\hat{\rho}$ حالت سامانه در فضای هیلبرت H باشد، آن‌گاه آنتروپی نسبی همدوسی به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۴]:

$$C_{RE}(\hat{\rho}) = \min_{\delta \in I} S(\hat{\rho} || \hat{\delta}), \quad (1)$$

که $\hat{\delta}$ نشان‌دهنده حالت‌های ناهمدوس و $S(\hat{\rho} || \hat{\delta})$ بیانگر آنتروپی نسبی است که به صورت:

$$S(\hat{\rho} || \hat{\delta}) = \text{Tr}(\hat{\rho} \log_2 \hat{\rho} - \hat{\rho} \log_2 \hat{\delta}), \quad (2)$$

تعریف می‌شود. می‌توان آنتروپی نسبی همدوسی کوانتومی را بدین صورت بیان کرد:

$$C_{RE} = S(\rho_d) - S(\rho), \quad (3)$$

که $S(\rho) = -\text{Tr}(\rho \log_2 \rho)$ آنتروپی فون نویمان ماتریس ρ است و $\rho_d = \sum_i |i\rangle \langle i| \rho |i\rangle \langle i|$ ماتریس قطری است که با صفر کردن عناصر غیر قطر اصلی ماتریس ρ به دست می‌آید.

کدگذاری چگال

یکی از فرایندهای مهم در انتقال اطلاعات، پروتکل کدگذاری چگال است که توسط بنت^۱ و وایزنر^۲ [۲۶] با استفاده از حالت دو کیوبیتی EPR ارائه شد. این پروتکل براساس درهم‌تنیدگی کوانتومی عمل می‌کند. در این فرایند، فرستنده (آلیس) یک پیام دوییتی کلاسیک را تنها توسط یک کیوبیت به گیرنده (باب) ارسال می‌کند. در سال‌های اخیر این پروتکل نه تنها به صورت نظری، بلکه به صورت تجربی نیز مطالعه شده است. اولین بار این پروتکل در سال ۱۹۹۶ در سامانه‌های نوری تحقق یافت [۲۷].

یکی از معیارهای مهم کدگذاری چگال، ظرفیت کدگذاری چگال است که با استفاده از کمیت هلوو^۳ [۲۸] به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\chi = S(\bar{\rho}) - S(\rho), \quad (4)$$

که در آن $S(\rho) = -\text{Tr}(\rho \log_2 \rho)$ آنتروپی فون نویمان کانال کوانتومی است و $S(\bar{\rho})$ آنتروپی فون نویمان حالت متوسط آنسامبلی از حالت‌های منفرد $S(\bar{\rho})$ و χ ظرفیت کدگذاری چگال است. میانگین آنسامبلی از حالت‌های منفرد تولیدشده توسط تبدیلات واحد به این صورت به دست می‌آید:

$$\bar{\rho} = \frac{1}{4} \sum_0^3 (U_i \otimes I_2) \rho_0 (U_i^\dagger \otimes I_2), \quad (5)$$

که $U_3 = \sigma_z$, $U_2 = \sigma_y$, $U_1 = \sigma_x$, $U_0 = I_2$ لازم به ذکر است؛ اگر $\chi > 1$ باشد کدگذاری معتبر است و به ازای $\chi = 2$

مدل و روش

یک سامانه دو کیوبیتی همگن را در نظر بگیرید که هامیلتونی آن به صورت زیر به دست می‌آید [۳۰-۳۳]:

$$H = -\frac{1}{2} [E_{j1} \sigma_{x1} + E_{j2} \sigma_{x2} - 2E_m \sigma_{zz}], \quad (6)$$

که E_{j1} و E_{j2} انرژی جوزفسون است و E_m انرژی جفت‌شدگی متقابل بین دو کیوبیت را نشان می‌دهد. علاوه بر این $\sigma_{x,z} = \sigma_z \otimes \sigma_x$ و $\sigma_{x2} = I \otimes \sigma_x$, $\sigma_{x1} = \sigma_x \otimes I$ ماتریس‌های پائولی و I ماتریس همانی است.

ماتریس چگالی $\rho(T)$ در تعادل گرمایی بر حسب ویژه‌مقادیر و ویژه‌بردارها به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\rho(T) = \frac{1}{Z} \exp(-\beta H) \quad (7)$$

$$= \frac{1}{Z} \sum_{i=1}^N \exp(-\beta E_i) |\psi_i\rangle \langle \psi_i|,$$

که $\beta = \frac{1}{k_B T}$ و $Z = \text{Tr}[\exp(-\beta H)]$ تابع پارش است و در

آن k_B ثابت بولتزمن است که فعلاً برای سهولت $k_B = 1$ در نظر می‌گیریم. این فرم برای ماتریس چگالی در تعادل گرمایی، توزیع آماری حالت‌های انرژی مختلف را براساس دما و هامیلتونی سامانه تبیین می‌کند. استفاده از تابع توزیع بولتزمن در سامانه‌های کوانتومی بر اساس اصول آماری کلاسیکی است که برای مدل‌سازی توزیع انرژی و رفتار گرمایی در سامانه‌های کوانتومی استفاده می‌شود [۳۴ و ۳۵]. در این مدل $E_{j1} = E_{j2} = E_j$ فرض می‌کنیم. هامیلتونی به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$H = -\frac{1}{2} \begin{pmatrix} -2E_m & E_j & E_j & 0 \\ E_j & 2E_m & 0 & E_j \\ E_j & 0 & 2E_m & E_j \\ 0 & E_j & E_j & -2E_m \end{pmatrix}. \quad (8)$$

بدون از دست دادن کلیت، می‌توانیم با استفاده از برخی تبدیلات واحد متعامد محلی (تبدیل هادامارد روی ماتریس‌های پائولی به طوری که $H \sigma_z H = \sigma_x$ و $H \sigma_x H = \sigma_z$) که $H = (\sigma_x + \sigma_z) / \sqrt{2}$ گیت هادامارد است، هامیلتونی جدید را به دست آورد. وقتی سامانه با هامیلتونی جدید در تعادل گرمایی قرار می‌گیرد، عملکرد چگالی با استفاده از رابطه (۷) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\rho(T) = \begin{pmatrix} \alpha^+ & 0 & 0 & \xi \\ 0 & \mu & \nu & 0 \\ 0 & \nu & \mu & 0 \\ \xi & 0 & 0 & \alpha^- \end{pmatrix}, \quad (9)$$

عناصر غیرصفر ماتریس چگالی در رابطه (۹) به شکل زیر

1 C.H. Bennett

2 S.J. Wiesner

3 Holevo

هستند:

(۱۰)

$$\alpha^{\pm} = \frac{1}{Z} \left[\cosh(\tau/T) \pm \frac{E_j \sinh(\tau/T)}{\tau} \right],$$

$$\mu = \frac{1}{Z} \left[\cosh(E_m/T) \right],$$

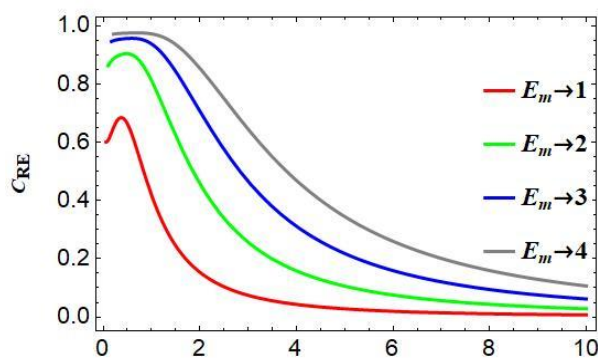
$$\xi = \frac{1}{Z} \left[\frac{-E_m \sinh(\tau/T)}{\tau} \right],$$

$$\nu = \frac{1}{Z} \left[-\sinh(E_m/T) \right],$$

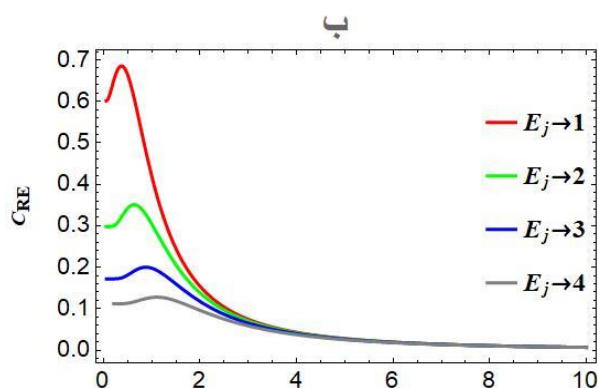
که $Z = 2 \left[\cosh(\tau/T) + \cosh(E_m/T) \right]$ و $\tau = \sqrt{E_m^2 + E_j^2}$ هستند.

ویژه مقادیر هامیلتونی به این صورت محاسبه خواهند شد:

الف

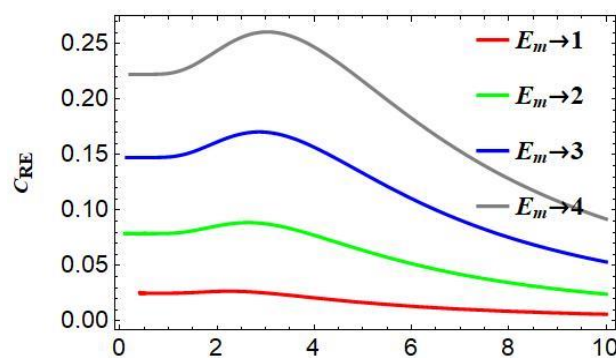


ب

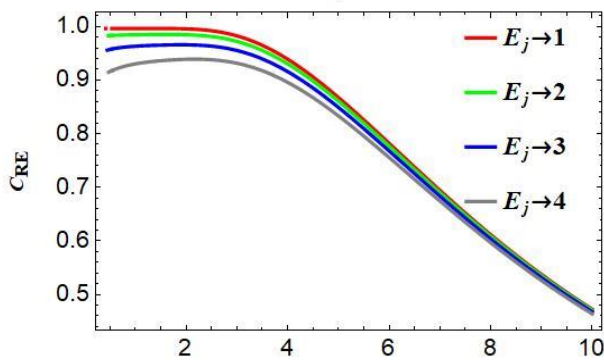


شکل ۱. رفتار همدوسی برحسب دما، تحت اثر الف) مقادیر مختلف E_m وقتی $E_j = 1$ است و ب) مقادیر مختلف E_j وقتی $E_m = 1$ است.

الف

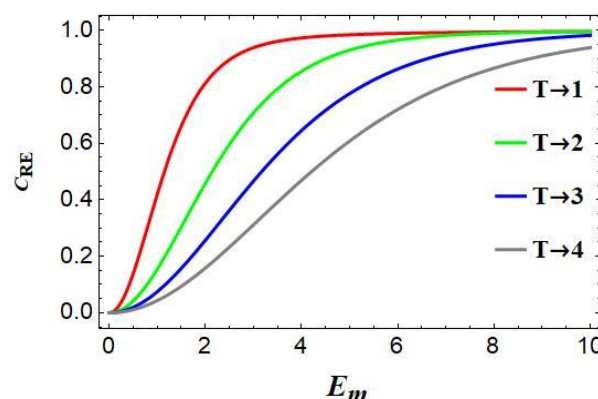


ب

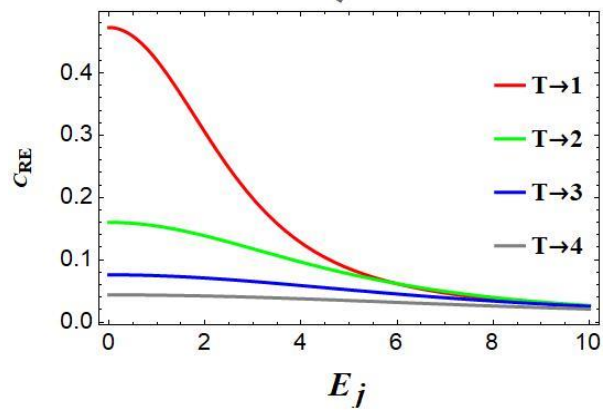


شکل ۲. همدوسی کوانتومی برحسب دما، تحت اثر الف) مقادیر مختلف E_m وقتی $E_j = 10$ است و ب) مقادیر مختلف E_j وقتی $E_m = 10$ است.

الف



ب



شکل ۳. رفتار همدوسی تحت اثر مقادیر مختلف دما الف) برحسب E_m وقتی $E_j = 1$ است و ب) برحسب E_j وقتی $E_m = 1$ است.

(۱۱)

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{Z\tau} \left[\left(\tau \cosh(\tau/T) \right) \pm \sqrt{\tau^2 (-1 + \cosh(\tau/T)^2)} \right],$$

$$\lambda_{3,4} = \frac{1}{Z\tau} \left[\left(\tau \cosh(E_m/T) \right) \pm \sqrt{\tau^2 \sinh(E_m/T)^2} \right],$$

همچنین ویژه‌بردارها به صورت زیر استخراج می‌شوند:

$$\psi_{1,2} = \frac{1}{2} (|1,1\rangle \pm |0,0\rangle), \quad (۱۲)$$

$$\psi_{3,4} = \frac{1}{2} (|1,0\rangle \pm |0,1\rangle),$$

که در آن

$$\vartheta = -\frac{1}{E_m} \left[E_j - \sqrt{\tau^2 (-1 + \cosh(\tau/T)^2)} \cosh(\tau/T) \right],$$

و

$$\zeta = \frac{1}{\tau} \left[\cosh(E_m/T) \sqrt{\tau \sinh(E_m/T)^2} \right],$$

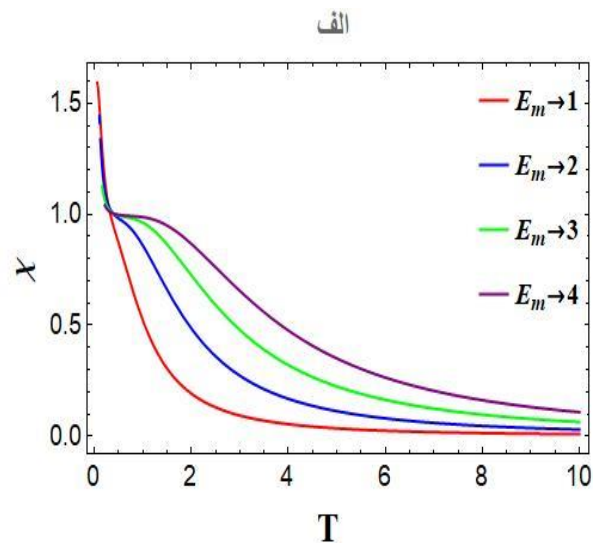
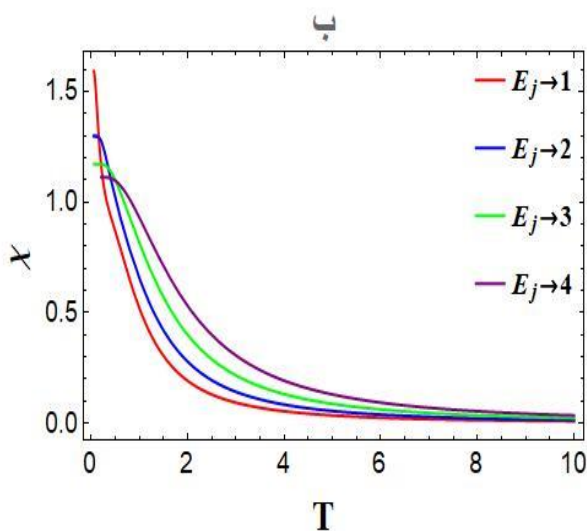
هستند.

بحث و بررسی

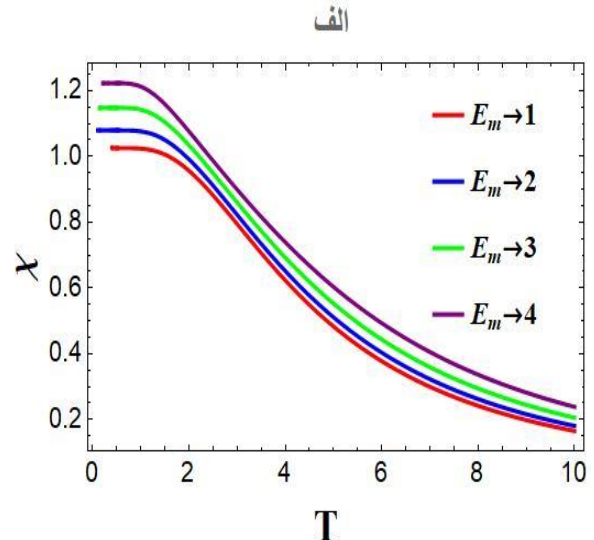
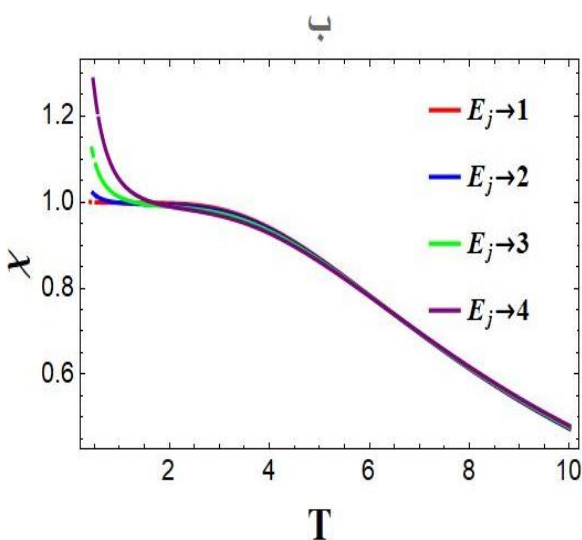
در این مقاله رفتارهای همدوسی کوانتومی و ظرفیت کدگذاری چگال برای یک سامانه ابرسانای دوکیوبیتی بار بحث و تحلیل شده است.

می‌دهند. شکل ۱(الف) مربوط به همدوسی کوانتومی برحسب دما برای مقادیر مختلف E_m و $E_j=1$ است و شکل ۱(ب) برای مقادیر مختلف E_j زمانی که $E_m=1$ است، هستند. ملاحظه می‌شود که با افزایش دما، همدوسی کوانتومی کاهش یافته و در نهایت از بین می‌رود.

همچنین به‌وضوح مشاهده می‌شود که افزایش مقدار E_m باعث افزایش همدوسی می‌شود که ناشی از تعاملی قوی‌تر بین کیوبیت‌ها است که منجر به افزایش همبستگی کوانتومی می‌شود، درحالی‌که افزایش E_j باعث کاهش آن می‌گردد.



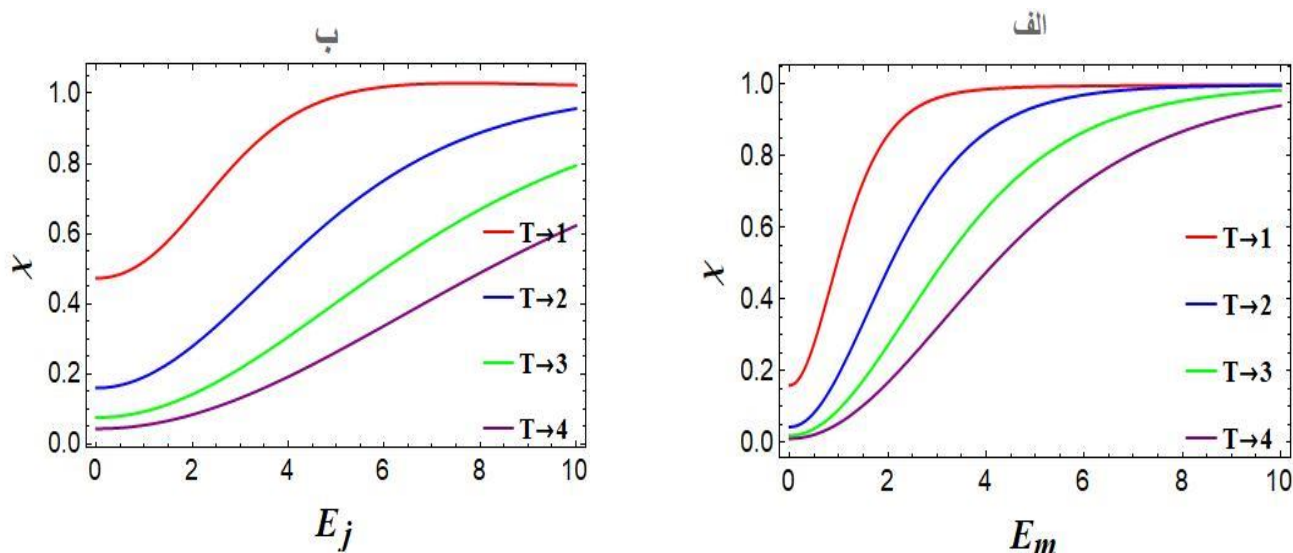
شکل ۴. رفتار ظرفیت کدگذاری چگال برحسب دما تحت اثر (الف) مقادیر مختلف E_m وقتی $E_j=1$ است و (ب) مقادیر مختلف E_j وقتی $E_m=1$ است.



شکل ۵. رفتار ظرفیت کدگذاری چگال برحسب دما تحت اثر (الف) مقادیر مختلف E_m وقتی $E_j=10$ است و (ب) مقادیر مختلف E_j وقتی $E_m=10$ است.

همچنین در شکل ۲ این افزایش و کاهش همدوسی برای مقادیر $E_m=10$ و $E_j=10$ با دقت بیشتری مشاهده شده است.

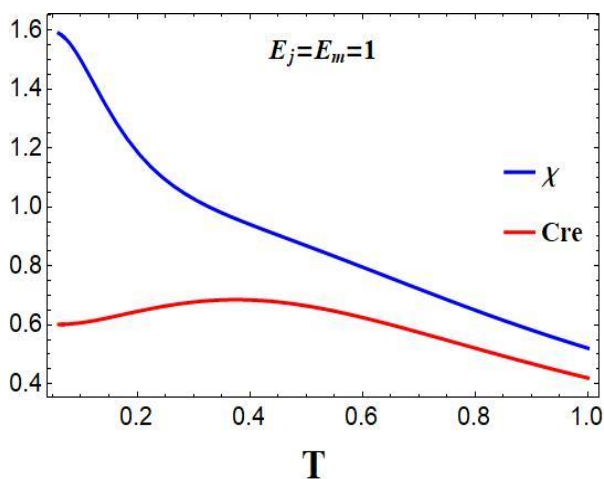
شکل‌های ۱، ۲ و ۳ رفتار همدوسی کوانتومی برای یک سامانه ابرسانای دوکیوبیتی بار برحسب دما (T)، انرژی‌های جفت‌شدگی متقابل (E_m) و انرژی جوزفسون (E_j) را نشان



شکل ۶. رفتار ظرفیت کدگذاری چگال تحت اثر مقادیر مختلف دما (الف) برحسب E_m وقتی $E_j=1$ است و (ب) برحسب E_j وقتی $E_m=1$ است.

در نهایت به مقدار $\chi = 1$ می‌رسد. در این حالت، شرط $\chi > 1$ برآورده نمی‌شود؛ بنابراین ظرفیت کدگذاری چگال معتبر نیست. همچنین در دماهای پایین‌تر این افزایش سریع‌تر رخ می‌دهد.

در ادامه به مقایسه رفتارهای همدوسی کوانتومی و ظرفیت کدگذاری چگال می‌پردازیم.



شکل ۷. رفتار همدوسی کوانتومی و ظرفیت کدگذاری چگال برحسب دمای T ، به ازای $E_m=E_j=1$ (خط آبی: ظرفیت کدگذاری چگال، خط قرمز: همدوسی کوانتومی).

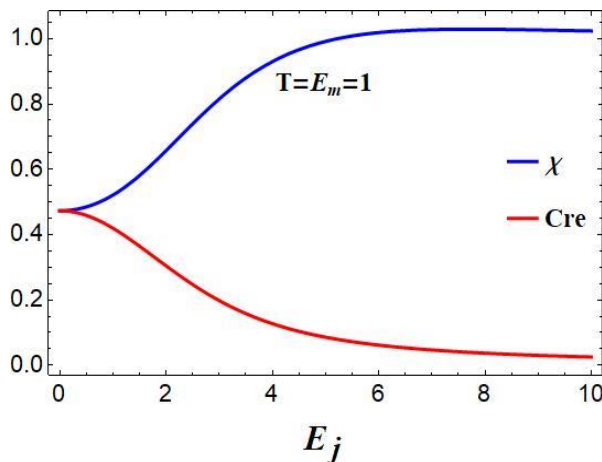
شکل ۷، مقایسه رفتار همدوسی کوانتومی و ظرفیت کدگذاری چگال برحسب دما با مقادیر انرژی جفت‌شدگی و انرژی جوزفسون $E_m=E_j=1$ نشان داده شده است. به وضوح دیده می‌شود که همدوسی کوانتومی و ظرفیت کدگذاری چگال تا حدودی مشابه یکدیگر رفتار می‌کنند. در دماهای بسیار پایین چون $\chi > 1$ است، ظرفیت کدگذاری چگال

شکل ۳ تکمیل‌کننده شکل ۱ است که برای مقادیر مختلف T رسم شده است. در شکل ۳(الف) مشاهده می‌شود که با افزایش E_m همدوسی افزایش یافته و به مقدار بیشینه خود می‌رسد و در نهایت ثابت می‌گردد. همچنین دیده می‌شود که در دمای $T=1$ این افزایش سریع‌تر رخ داده است، درحالی‌که در شکل ۳(ب) افزایش E_j باعث کاهش همدوسی می‌گردد. بنابراین دینامیک همدوسی به کاهش و افزایش هر دو مشخصه مرتبط است.

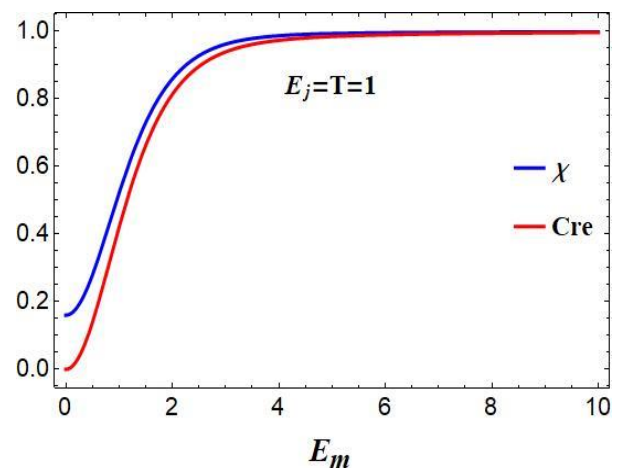
شکل‌های ۴، ۵ و ۶ رفتار ظرفیت کدگذاری چگال برحسب عامل‌های مختلف دما، انرژی جوزفسون و انرژی جفت‌شدگی متقابل را نمایش می‌دهند.

در شکل ۴ مشاهده می‌شود که در دماهای پایین حدود $T < 0.5$ ظرفیت کدگذاری چگال همان‌طور که پیش‌تر ذکر شد، تنها در صورتی مقدار معتبر خود را به دست می‌آورد که χ بزرگ‌تر از ۱ باشد که این شرط در این محدوده دمایی برآورده شده است. درحالی‌که با افزایش دما این مقدار کاهش می‌یابد و در نهایت سرکوب می‌شود. همچنین مشاهده می‌شود در هر نمودار برای $E_m=1$ و $E_j=1$ سریع‌تر این اتفاق رخ می‌دهد. شکل ۵ نیز برای مقادیر $E_m=10$ و $E_j=10$ رسم شده است. به وضوح مشاهده می‌شود که در دماهای پایین، ظرفیت کدگذاری چگال در شکل ۵ (الف) برای $E_m > 1$ و شکل ۵ (ب) برای $E_j > 1$ برقرار است؛ اما با افزایش دما همان‌طور که در شکل ۴ مشاهده شد، کدگذاری چگال کاهش یافته و در نهایت سرکوب می‌شود.

شکل ۶(الف) برحسب E_m و شکل ۶(ب) برحسب E_j برای مقادیر مختلف دما رسم شده است. مشاهده می‌شود که با افزایش E_m و E_j ظرفیت کدگذاری چگال افزایش یافته و



شکل ۹. رفتار همدوسی کوانتومی و ظرفیت کدگذاری چگال برحسب E_j به ازای $E_m=T=1$ (خط آبی: ظرفیت کدگذاری چگال، خط قرمز: همدوسی کوانتومی).



شکل ۸. رفتار همدوسی کوانتومی و ظرفیت کدگذاری چگال برحسب E_m به ازای $T=E_j=1$ (خط آبی: ظرفیت کدگذاری چگال، خط قرمز: همدوسی کوانتومی).

نتیجه گیری

در این مقاله، ما همدوسی کوانتومی و ظرفیت کدگذاری چگال (DCC) را برای یک سامانه دو کیوبیت بار ابررسانای همگن مدل سازی و محاسبه کردیم و اثرات دما، انرژی های جفت شدگی متقابل (E_j) و انرژی جوزفسون (E_m) را در این مدل بررسی کردیم. نتایج نشان می دهند که با افزایش مقدار E_m همدوسی افزایش می یابد، درحالی که افزایش E_j باعث کاهش همدوسی می شود. همچنین افزایش مقادیر E_m و E_j باعث افزایش ظرفیت کدگذاری چگال می شود.

از طرفی با افزایش دما، همدوسی و ظرفیت کدگذاری چگال کاهش یافته و در نهایت از بین می روند. همچنین مشاهده کردیم که در دمای مشخص $T=1$ با افزایش E_m همدوسی و ظرفیت کدگذاری چگال رفتار مشابهی از خود نشان می دهند و هر دو افزایش می یابند تا جایی که همدوسی به مقدار بیشینه خود می رسد و ظرفیت کدگذاری چگال معتبر می شود و سپس هر دو ثابت می ماند.

معتبر است؛ اما با افزایش دما ظرفیت کدگذاری چگال و همچنین همدوسی کوانتومی کاهش می یابند.

شکل ۸، تاثیر انرژی جفت شدگی (E_m) بر همدوسی کوانتومی و ظرفیت کدگذاری چگال با مقادیر $T=E_j=1$ را نشان می دهد. در ابتدا مشاهده می شود که ظرفیت کدگذاری چگال در نقطه بالاتری از همدوسی کوانتومی قرار دارد. با افزایش E_m ، هر دو نمودار افزایش می یابند و به مقدار بیشینه خود می رسند، سپس ثابت می مانند و نهایتاً ظرفیت کدگذاری به مقدار ثابت می شود.

شکل ۹، تاثیر E_j بر همدوسی کوانتومی و ظرفیت کدگذاری چگال با قرار دادن $T=E_m=1$ ترسیم شده است. مشاهده می شود که در ابتدا هر دو دارای یک مقدار هستند؛ ولی با افزایش E_j ، همدوسی کوانتومی و ظرفیت کدگذاری چگال روند معکوسی را دنبال می کنند؛ به این معنا که همدوسی کوانتومی با افزایش E_j کاهش یافته و در نهایت از بین می رود، درحالی که ظرفیت کدگذاری چگال افزایش یافته و به مقدار ثابت $\chi=1$ می رسد.

References

- [1] S.P. Harvey, Quantum Dots/Spin Qubits, ed: Oxford University Press, (2022).
- [2] C. D. Bruzewicz, J. Chiaverini, R. McConnell, and J. M. Sage, Trapped-ion quantum computing: Progress and challenges, *Applied Physics Reviews*, vol. 6, no. 2, (2019).
- [3] J. I. Cirac and P. Zoller, Quantum Computations with Cold Trapped Ions, *Physical Review Letters*,

منابع

- vol. 74, no. 20, pp. 4091-4094, (1995).
- [4] M. Ringbauer *et al.*, A universal qudit quantum processor with trapped ions, *Nature Physics*, vol. 18, no. 9, pp.1053-1057,(2022).
- [5] F. Bernardini. A. Chakraborty. And C. R. Ordóñez, Quantum computing with trapped ions: a beginner's guide, *European Journal of Physics*, vol. 45, no. 1, p. 013001, (2024).

- [6] J. Romero and G. Milburn, Photonic Quantum Computing, *arXiv preprint arXiv:2404.03367*, (2024).
- [7] H.-L. Huang, D. Wu, D. Fan, and X. Zhu, Superconducting quantum computing: a review, *Science China Information Sciences*, vol. 63, pp. 1-32, (2020).
- [8] M. Kjaergaard *et al.*, Superconducting qubits: Current state of play, *Annual Review of Condensed Matter Physics*, vol. 11, no. 1, pp. 369-395, (2020).
- [9] L. D. Contreras-Pulido and R. Aguado, Entanglement between charge qubits induced by a common dissipative environment, *Physical Review B*, vol. 77, no. 15, p. 155420, (2008)
- [10] T. Yamamoto, Y. A. Pashkin, O. Astafiev, Y. Nakamura, and J. S. Tsai, Demonstration of conditional gate operation using superconducting charge qubits, *Nature*, vol. 425, no. 6961, pp. 941-944, (2003).
- [11] L. G. OM Bahrova, SI Kulinich Entanglement between charge qubit states and coherent states of nanomechanical resonator generated by ac Josephson effect, *Low Temperature Physics*, vol. 47, no. 4, pp. 287-293, (2021).
- [12] M. R. Pourkarimi, S. Haddadi, M. Nashaat, K. V. Kulikov, and Y. M. Shukrinov, Thermal local quantum uncertainty in a two-qubit-superconducting system under decoherence, *Alexandria Engineering Journal*, vol. 83, pp. 27-34, (2023).
- [13] J. B. Majer, F. G. Paauw, A. C. J. ter Haar, C. J. P. M. Harmans, and J. E. Mooij, Spectroscopy on Two Coupled Superconducting Flux Qubits, *Physical Review Letters*, vol. 94, no. 9, p. 090501, (2005).
- [14] D. a. A. Vion, A. and Cottet, A. and Joyez, P. and Pothier, H. and Urbina, C. and Esteve, D. and Devoret, M. H., "Manipulating the Quantum State of an Electrical Circuit," *Science*, vol. 296, pp. 886-889, (2002).
- [15] A. B. A. Mohamed, H. Rmili, M. Omri, and A.-H. Abdel-Aty, Two-qubit quantum non- locality dynamics induced by interacting of two coupled superconducting flux qubits with a resonator under intrinsic decoherence, *Alexandria Engineering Journal*, vol. 77, pp. 239-246, (2023).
- [16] A. J. Berkley *et al.*, Entangled macroscopic quantum States in two superconducting qubits, (in eng), *Science*, vol. 300, no. 5625, pp. 1548-50, (2003).
- [17] J. M. Martinis, S. Nam, J. Aumentado, and C. Urbina, Rabi Oscillations in a Large Josephson-Junction Qubit, *Physical Review Letters*, vol. 89, no. 11, p. 117901, (2002).
- [18] R. W. S. R. McDermott, Matthias Steffen, K. B. Cooper, K. Cicak, K. D. Osborn, Seongshik Oh, D. P. Pappas, and John M. Martinis, Simultaneous State Measurement of Coupled Josephson Phase Qubits, *Science*, vol. 307, no. 5713, pp. 1299-1302, (2005).
- [19] E. Schrödinger, Der stetige Übergang von der Mikro-zur Makromechanik, *Naturwissenschaften*, vol. 14, no. 28, pp. 664-666, (1926).
- [20] J. R. Klauder, "The action option and a Feynman quantization of spinor fields in terms of ordinary c-numbers," *Annals of Physics*, vol. 11, no. 2, pp. 123-168, (1960).
- [21] J. R. Klauder, Continuous-Representation Theory. II. Generalized Relation between Quantum and Classical Dynamics, *J. Math. Phys.*, vol. 4, no. 8, pp. 1058-1073, (1963).
- [22] R. J. Glauber, Coherent and Incoherent States of the Radiation Field, *Physical Review*, vol. 131, no. 6, pp. 2766-2788, (1963).
- [23] R. J. Glauber, The Quantum Theory of Optical Coherence, *Physical Review*, vol. 130, no. 6, pp. 2529-2539, (1963).
- [24] T. Baumgratz, M. Cramer, and M. B. Plenio, Quantifying Coherence, *Physical Review Letters*, vol. 113, no. 14, p. 140401, (2014).
- [25] S. Haddadi, M. Ghominejad, A. Akhound and M. R. Pourkarimi, Entropic uncertainty relation and quantum coherence under Ising model with Dzyaloshinskii-Moriya interaction, *Laser Physics Letters*, vol. 18, p. 085204, (2021).
- [26] C. H. Bennett and S. J. Wiesner, Communication via one- and two-particle operators on Einstein-Podolsky-Rosen states, *Physical Review Letters*, vol. 69, no. 20, pp. 2881-2884, (1992).
- [27] K. Mattle, H. Weinfurter, P. G. Kwiat, and A. Zeilinger, Dense Coding in Experimental Quantum Communication, *Physical Review Letters*, vol. 76, no. 25, pp. 4656-4659, (1996).
- [28] A. S. Holevo, Bounds for the quantity of information transmitted by a quantum communication channel, *Problemy Peredachi Informatsii*, vol. 9, no. 3, pp. 177-183, (1973).
- [29] S. Haddadi, M. Ghominejad, A. Akhound and M.R. Pourkarim, Exploring entropic uncertainty relation and dense coding capacity in a two-qubit X-state, *Laser Physics Letters*, vol. 17, p. 095205, (2020).
- [30] M. D. Shaw¹, J. F. Schneiderman^{1,2}, J. Bueno, B. S. Palmer⁴, P. Delsing, and P. M. Echternach¹, Characterization of an entangled system of two superconducting qubits using a multiplexed capacitance measurement, *Phys. Rev. B*, vol. 79, p. 014516, (2009).
- [31] N. Zidan, A. U. Rahman and S. Haddadi, Quantum teleportation in a two-superconducting qubit system under dephasing noisy channel: role of Josephson and mutual coupling energies, *Laser Physics Letters*, vol. 20, p. 025204, (2023).

- [32] M. Benzahra, M. Mansour, M. Oumennana and S. Elghaayda, Quantum correlations and thermal coherence in a two-superconducting charge qubit system, *Laser Physics*, vol. 33, p. 075202, (2023).
- [33] Zainab M.H. El-Qahtani and K. Berrada and S. Abdel-Khalek and H. Eleuch, Thermal Fisher information and entropy squeezing for superconducting qubits, *Results in Physics*, vol. 39, p. 105639, (2022).
- [34] R. K. Pathria, *Statistical mechanics* (2nd ed.). Elsevier, (1996).
- [35] J. J. Sakurai, *Modern quantum mechanics* (Rev. ed.). Addison-Wesley, (1994).