

ORIGINAL ARTICLE

Hydrodynamic Analysis of Relativistic Effects and Degeneracy Pressure on Dense Plasma Expansion

ABSTRACT

This study investigates the hydrodynamic expansion of dense plasmas influenced by relativistic degenerate electrons using a quantum hydrodynamic model and self-similarity method. In this research, dimensionless dynamic equations were derived, and the impact of the relativistic parameter on plasma density, velocity, electric potential, and electric field was analyzed. The results show that an increase in the relativistic parameter leads to the expansion of the plasma edge, enhanced density stability, and improved ion expansion velocity. Furthermore, relativistic degeneracy pressure strengthens the electric potential and improves the overall dynamics of plasma expansion. These findings highlight the critical role of degeneracy pressure and relativistic effects in dense plasmas and their significance for industrial and astrophysical applications, including particle accelerators, nuclear fusion, and the analysis of relativistic jets. The proposed analysis provides a new analytical tool for understanding the behavior of dense plasmas in laboratory and astrophysical conditions, paving the way for the development of advanced plasma-related technologies.

KEYWORDS

plasma expansion, dense plasmas, degenerate electrons, relativistic effects, degeneracy pressure

How to cite

Last Name, J. (of all Author)
(2023). Subject (Times New
Roman 8). Optoelectronic, 6(2),
25-44.

نشریه علمی

اپتوالکترونیک

«مقاله پژوهشی»

تحلیل هیدرودینامیکی اثرات نسبیتی و فشار تبهگنی بر انبساط پلاسماهای چگال

چکیده

این پژوهش به بررسی انبساط هیدرودینامیکی پلاسماهای چگال تحت تأثیر الکترون‌های تبهگن نسبیتی با استفاده از مدل هیدرودینامیک کوانتومی و روش خودتشابهی می‌پردازد. در این مطالعه، معادلات دینامیکی بی‌بعد شده و تأثیر پارامتر نسبیتی بر تغییرات چگالی، سرعت، پتانسیل الکتریکی و میدان الکتریکی پلاسما بررسی شده است. نتایج نشان داد که با افزایش پارامتر نسبیتی، موقعیت لبه پلاسما گسترش یافته، پایداری چگالی افزایش یافته و سرعت انبساط یونی بهبود می‌یابد. همچنین، فشار تبهگنی نسبیتی منجر به تقویت پتانسیل الکتریکی و بهبود دینامیک کلی انبساط پلاسما می‌شود. این یافته‌ها نقش کلیدی فشار تبهگنی و اثرات نسبیتی را در پلاسماهای چگال برجسته می‌کنند و برای کاربردهای صنعتی و اخترازیکی، از جمله شتاب‌دهنده‌های ذرات، همجوشی هسته‌ای و تحلیل جت‌های نسبیتی، اهمیت دارند. تحلیل ارائه‌شده ابزار تحلیلی جدیدی برای درک رفتار پلاسماهای چگال در شرایط آزمایشگاهی و کیهانی فراهم می‌آورد و زمینه‌ساز توسعه فناوری‌های پیشرفته مرتبط با پلاسما است.

واژه‌های کلیدی

انبساط پلاسما، پلاسماهای چگال، الکترون‌های تبهگن، اثرات نسبیتی، فشار تبهگنی

نویسنده مسئول: بهاره آذروند حسن فرد
رایانامه: b.azarvand@pnu.ac.ir

استناد به این مقاله:

نام کامل نویسندگان (B mitra 10) (۱۴۰۲). عنوان مقاله. اپتوالکترونیک، سال و شماره چاپ، شماره صفحه،

<https://jphys.journals.pnu.ac.ir/>

مقدمه

پژوهش در زمینه انبساط پلاسما به خلاء، چه در محیط‌های کیهانی و چه در آزمایشگاه، از موضوعات کلیدی برای مطالعه رفتارهای غیرخطی و ناپایدار گازهای یونیزه به‌شمار می‌رود. انبساط پلاسما فرآیندی است که طی آن پلاسما به دلیل وجود گرادیان‌های فشار، دما، یا میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی، از ناحیه‌ای با چگالی بالا به سمت ناحیه‌ای با چگالی پایین حرکت می‌کند. علاوه بر ویژگی‌های ذاتی پلاسما مانند چگالی، دما، و فشار، شرایط محیطی و هندسه پلاسما نیز به‌طور چشمگیری مسیر و شدت انبساط را تحت تأثیر قرار می‌دهند [۱-۴]. این عوامل با تعامل پیچیده خود، رفتار کلی انبساط پلاسما را شکل می‌دهند. درک دقیق این فرآیند برای کاربردهایی نظیر شتاب‌دهنده‌های پلاسما، همجوشی هسته‌ای، و فناوری‌های پیشرفته لیزری از اهمیت بالایی برخوردار است. [۵-۷]

در سال‌های اخیر، مطالعه بر روی پلاسماهای غیرماکسولی به دلیل حضور ذرات پرنرژی و رفتار غیرتعادلی آن‌ها، توجه ویژه‌ای را به خود جلب کرده است. این پلاسماها که در محیط‌های طبیعی و آزمایشگاهی به وفور مشاهده می‌شوند، به دلیل تفاوت‌های بنیادی با پلاسماهای کلاسیک، نقش برجسته‌ای در شتاب‌دهنده‌های پلاسما، برهم‌کنش‌های لیزری، و تحقیقات اخترفیزیکی ایفا می‌کنند. تحقیقات نشان داده‌اند که در حضور توزیع‌های غیرماکسولی، تغییرات قابل توجهی در

پروفایل چگالی و سرعت پلاسما ایجاد شده و پایداری و انتقال انرژی در این سیستم‌ها تحت تأثیر قرار می‌گیرد. [۸-۱۱]

یکی از عوامل کلیدی در انبساط پلاسما، چگالی عددی آن است. با افزایش چگالی الکترون‌ها و یون‌ها، فشار بیشتری ایجاد می‌شود که می‌تواند دینامیک انبساط پلاسما را تغییر دهد. در پلاسماهای چگال، به‌ویژه در محیط‌های نجومی، رفتار الکترون‌ها از توزیع ماکسولی منحرف شده و به صورت تبهگن عمل می‌کنند. در این شرایط، الکترون‌ها از توزیع فرمی-دیراک پیروی می‌کنند؛ رفتاری که ناشی از اصل طرد پائولی است. [۱۲] این وضعیت زمانی رخ می‌دهد که انرژی فرمی الکترون‌ها از انرژی حرارتی آن‌ها فراتر رود؛ وضعیتی که معمولاً در پلاسماهای با چگالی بالا و دمای پایین مشاهده می‌شود.

توزیع فرمی-دیراک، برخلاف توزیع‌های غیرماکسولی مانند تسالیس^۱ Tsallis [۱۳] یا کاپا^۲ [۱۴]، مبتنی بر اصول کوانتومی است [۱۵] و نقش مهمی در بررسی پلاسماهای تبهگن یا نسبیته، چه در محیط‌های آزمایشگاهی و چه در کیهان، ایفا می‌کند.

در پلاسماهای تبهگن، الکترون‌ها نقش مهمی در فشار هیدرواستاتیک ایفا می‌کنند. [۱۶] فشار هیدرواستاتیکی که توسط این الکترون‌ها ایجاد می‌شود، اساساً وابسته به تغییرات دمایی نبوده و فشار تبهگنی نامیده می‌شود و نقش اساسی در تعادل و پایداری این سیستم‌ها دارد. در پلاسماهای بسیار

² Kappa

¹ Tsallis

به سمت محیط‌های با چگالی کمتر گسترش می‌یابد.

[۱۹]

مطالعات دیگر نشان داده‌اند که تعامل لیزرهای نسبیته با پلاسماهای چگال می‌تواند منجر به تولید پروتون‌های پرانرژی و ایجاد میدان‌های قوی الکتریکی و مغناطیسی شود. [۲۰]

برخلاف مطالعات پیشین در مورد انبساط پلاسماهای چگال که اغلب اثرات تبهگنی و نسبیته را جداگانه بررسی کرده‌اند، این مقاله تعامل این دو اثر را در قالب یک مدل تحلیلی - عددی یکپارچه برای بررسی همزمان اثرات نسبیته و تبهگنی در انبساط پلاسماهای چگال ارائه می‌دهد.

در این مقاله، تأثیر الکترون‌های تبهگن نسبیته بر انبساط پلاسماهای چگال با استفاده از مدل هیدرودینامیک کوانتومی و تبدیل خودتشابهی بررسی شده است. هدف این پژوهش، تحلیل دقیق اثرات پارامترهای تبهگنی و نسبیته و بررسی تغییرات در چگالی، سرعت، و میدان‌های الکترواستاتیکی پلاسما در طول انبساط است. این تحقیق می‌تواند به درک عمیق‌تر رفتار پلاسماهای چگال در شرایط آزمایشگاهی و کیهانی کمک کرده و راه‌های تازه‌ای برای توسعه فناوری‌های مرتبط ارائه دهد.

بحث و بررسی:

چگال، اثرات نسبیته نیز بر رفتار ذرات تأثیر گذار است. در سرعت‌های نزدیک به سرعت نور، توزیع انرژی الکترون‌ها به شدت تغییر می‌کند و مدل‌های نسبیته برای توصیف دقیق‌تر دینامیک پلاسما ضروری می‌شوند.

مطالعات پیشین، نقش حیاتی فشار تبهگنی و اثرات نسبیته در درک رفتار پلاسماهای چگال و ساختارهای مرتبط تأکید کرده‌اند. برای عنوان مثال، چاندراسخار^۱ (۱۹۳۱) در تحقیقات خود درباره کوتوله‌های سفید نشان داد که فشار تبهگنی الکترون‌ها قادر است تعادل هیدرواستاتیکی این ستارگان را حفظ کرده و از فروپاشی ناشی از نیروی گرانش جلوگیری کند. [۱۷]

تحقیقات دیگری از جمله تحقیقات لاندائو و لیفشیتز^۲ (۱۹۸۰)، به توصیف فشار تبهگنی در شرایط نسبیته و تأثیر آن بر ساختارهای ستاره‌ای پرداختند. نتایج این پژوهش‌ها نشان داد که در سرعت‌های نزدیک به سرعت نور، دینامیک پلاسما به شدت تحت تأثیر توزیع انرژی نسبیته قرار می‌گیرد و مدل‌های کلاسیک برای توصیف دقیق این رفتار کافی نیستند. [۱۸]

علاوه بر محیط‌های کیهانی، انبساط پلاسما در برهم‌کنش‌های لیزر با مواد جامد نیز مورد مطالعه قرار گرفته است. برای نمونه، گاسپار^۳ و همکاران (۲۰۱۰) نشان دادند که پالس‌های لیزری پر قدرت قادرند پلاسماهای چگالی ایجاد کنند که به دلیل گرادیان‌های فشار و دمای بالا، با سرعت‌های زیادی

³ Gaspar

¹ Chandrasekhar

² Landau, L. D., & Lifshitz

کارهای کلاسیک در گسترش پلاسما به خلاء برمی گردد که در مراجع [۱] (سامیر و همکاران، ۱۹۸۳) و [۲] (ساک و شامل، ۱۹۸۵) به تفصیل بررسی شده‌اند.

این معادلات تأثیرات فشار تبهگن الکترون‌ها و میدان الکتریکی ناشی از جدایش بارها را شامل می‌شوند. این فرضیات به گونه‌ای است که علاوه بر ساده‌سازی، بتوانند رفتار واقعی پلاسماهای چگال در شرایط آزمایشگاهی و کیهانی را به درستی مدل‌سازی کرد:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_i v_i) = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} = \frac{e}{m_i} \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{1}{m_i n_i} \frac{\partial p_i}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(n_e v_e) = 0, \quad (3)$$

که پارامترهای t, x, v, n و ϕ توسط $\omega_{pi}^{-1}, c_s, n_{e0}, c_s, c_s/e$ و $m_e c^2$ بی‌بعد شده‌اند بطوری $c_s = (m_e c^2 / m_i)^{1/2}$ و n_{e0} بترتیب سرعت یون صوتی و چگالی تعادلی الکترون می‌باشند.

در این مدل، فرض شبه‌خنثی اعمال شده است، زیرا چگالی ذرات در ناحیه پلاسما بسیار زیاد است

این پژوهش به تحلیل انبساط یک‌بعدی پلاسما چگال به خلاء پرداخته است. در مدل پیشنهادی، پلاسما متشکل از الکترون‌های سرد، تبهگن و نسبیته است. حالت تبهگن الکترون‌ها به دلیل چگالی بالای پلاسما ایجاد می‌شود، به طوری که مطابق اصل طرد پائولی، توزیع انرژی آن‌ها به شدت محدود می‌گردد. در این شرایط، انرژی حرارتی الکترون‌ها به قدری بالاست که اثرات نسبیته بر رفتار دینامیکی آن‌ها قابل توجه می‌شود.

در پلاسماهای تبهگن، نرخ برخورد الکترون-یون به دلیل وجود سازوکار انسداد پائولی کاهش می‌یابد. این سازوکار فقط به ذرات تبهگن با انرژی‌هایی در یک محدوده باریک اطراف انرژی فرمی اجازه تعامل می‌دهد. به همین دلیل، این نوع پلاسما را می‌توان تقریباً به‌عنوان سیستمی بدون برخورد در نظر گرفت.

در مقابل، یون‌ها به دلیل داشتن انرژی حرارتی بسیار کمتر نسبت به الکترون‌ها، قابل فرض به‌عنوان ذرات سرد هستند. به دلیل جرم بالای یون‌ها، سرعت حرکتی آن‌ها به مراتب کمتر بوده و اثرات نسبیته در رفتار دینامیکی آن‌ها نقش چشمگیری ندارد. علاوه بر این، به دلیل چگالی کمتر یون‌ها در مقایسه با الکترون‌ها، آن‌ها در حالت غیرتبهگن باقی می‌مانند و تأثیر کمتری از سازوکارهای کوانتومی مانند تبهگنی را تجربه می‌کنند.

برای توصیف رفتار پلاسما، از معادلات هیدرودینامیک متعارف در حالت بی‌بعد استفاده شده است که بر اساس معادلات پیوستگی و ممنتوم استخراج می‌شوند. منبع اصلی این معادلات به

معادله حالت با در نظر گرفتن دو حد تبهگنی غیر نسبیتهی ($R \rightarrow 0$) و فوق نسبیتهی ($R \rightarrow \infty$) می تواند به صورت زیر ساده سازی شود.

در این دو رژیم معادلات عمومی حالت به شکل زیر کاهش می یابد:

$$P_e = \begin{cases} \frac{8\pi m_e^4 c^5}{15h^3} R^5 & (R \rightarrow 0) \\ \frac{2\pi m_e^4 c^5}{3} R^4 & (R \rightarrow \infty) \end{cases} \quad (7)$$

لازم به توضیح است که معادلات حالت برای الکترون در محدودیت تبهگنی کامل، وابسته به دما نمی باشد. پارامتر سوم معادله ۴ عموماً پتانسیل بوهم نامیده می شود که در مقایسه با پارامتر فشار تبهگنی در پلاسمای چگال قابل چشم پوشی می باشد. علاوه بر این معادله ۴ برای حذف پتانسیل الکترواستاتیکی از معادله ۲ بکار می رود. حال با چشم پوشی از پارامتر حاوی نسبت m_e/m_i و فرض $k_B T_i \ll m_e c^2$ با در نظر گرفتن $1/n_e (\partial p_e / \partial x) = \partial \sqrt{1+R^2} / \partial x$ دستگاه معادلات ساده سازی شده بی بعد زیر حاصل می شود:

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (n_i v_i) = 0,$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (n_e v_e) = 0,$$

$$\frac{\partial v_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial v_i}{\partial x} = -\frac{\partial \sqrt{1+R_0^2 n_e^2}}{\partial x}, \quad (8)$$

و این فرض ساده سازی معادلات را امکان پذیر می سازد. با توجه به اینکه توزیع الکترون ها در سیستم های با چگالی بالا از آمار فرمی-دیراک تبعیت می کند، تعادل هیدرواستاتیکی از طریق ترکیبی پیچیده از فشار تبهگنی و مقدار محدودی فشار حرارتی حفظ می شود. در شرایطی که اثر تبهگنی به شدت افزایش می یابد، تأثیرات نسبیتهی اهمیت بیشتری پیدا کرده و باید در محاسبات فشار ناشی از تبهگنی الکترون ها مد نظر قرار گیرند.

فرمول عمومی فشار برای تمام مقادیر پارامترهای نسبیتهی در شرایط تبهگن کامل بصورت زیر می باشد:

$$P_e = \frac{\pi m_e^4 c^5}{3h^3} \left\{ R(2R^2 - 3)\sqrt{1+R^2} + 3 \sinh^{-1}(R) \right\} \quad (6)$$

R بعنوان پارامتر نسبیتهی در نظر گرفته می شود بطوریکه $R = p_{Fe}/m_e c = (n_e/n_0)^{1/3}$ و p_{Fe} ممتوم نسبیتهی فرمی الکترون می باشد و $(n_0 = \frac{8\pi m_e^3 c^3}{3h^3} \simeq 5.9 \times 10^{29} \text{ cm}^{-3})$.

این رابطه برگرفته از تئوری تبهگنی نسبیتهی است [۱۶] و برای سیستم های چگال مانند کوتوله های سفید توسط (چاندراسخار، ۱۹۳۱) [۱۷] توسعه داده شده است. کاربرد آن در پلاسمای تبهگن نیز توسط (موسلم، ۲۰۱۲) [۱۲] مطالعه شده است.

با جایگذاری عبارات بدست آمده در دستگاه معادلات ۸، دستگاه معادلات دیفرانسیلی معمولی بی بعد زیر حاصل می گردد:

$$(v - \eta) \frac{\partial n}{\partial \eta} - n \frac{\partial v}{\partial \eta} = 0,$$

$$(v - \eta) \frac{\partial v}{\partial \eta} - \frac{R_0^2}{3n^{\frac{1}{3}} \sqrt{1 + n^{\frac{2}{3}} R_0^2}} \frac{\partial n}{\partial \eta} = 0. \quad (10)$$

با ترکیب معادلات حاصله، متغیرهای v و η بصورت زیر تعریف می شوند:

$$v = \eta + c_s$$

$$c_s = \frac{R_0 n^{\frac{1}{3}}}{\sqrt{3} (1 + n^{\frac{2}{3}} R_0^2)^{\frac{1}{4}}}, \quad (11)$$

$$\frac{dv}{d\eta} = 1 + \frac{R_0 \left(2 + n^{\frac{2}{3}} R_0^2 \right)}{\partial \sqrt{3} n^{\frac{2}{3}} (1 + n^{\frac{2}{3}} R_0^2)^{\frac{5}{4}}} \frac{dn}{d\eta} \quad (12)$$

با انتگرال گیری از معادله بالا نسبت به n عبارت زیر حاصل می گردد:

$$\eta - \eta_0 = - \int_1^n \left\{ \frac{R_0 n^{-\frac{2}{3}}}{\sqrt{3} (1 + n^{\frac{2}{3}} R_0^2)^{\frac{1}{4}}} + \frac{R_0 \left(2 + n^{\frac{2}{3}} R_0^2 \right)}{(1 + n^{\frac{2}{3}} R_0^2)^{\frac{5}{4}}} \right\} dn \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = n_e - n_i$$

به منظور توصیف فضای فازی الکترونها، دستگاه معادلات دیفرانسیل جزئی با استفاده از فرضیه خود تشابهی به دستگاه معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل می گردد.

روش حل خود تشابهی^۱ در هیدرودینامیک طیف گسترده ای از مسائل فیزیکی جالب، از جمله انبساط پلاسما به خلأ را توصیف می کنند. [۳،۴،۱۱،۱۲]

در این روش، زمان t و مختصات x با متغیرهای وابسته ادغام می شوند تا مشکلات مربوط به شرایط مرزی متحرک در انبساط پلاسما برطرف گردد. یک پارامتری بعد خود تشابه $\eta = x/ct$ معرفی می گردد و عملگرهای مشتقی بصورت زیر تعریف می شوند:

$$\frac{\partial}{\partial t} = -\frac{\eta}{t} \frac{\partial}{\partial \eta}, \quad \frac{\partial}{\partial x} = \frac{1}{t} \frac{\partial}{\partial \eta}, \quad (9)$$

چارچوب ریاضی تبدیل خود تشابهی با استفاده از متغیر $\eta = x/ct$ در کارهای (موراکامی و باسکوف، ۲۰۰۶) [۴] و (شکوهی و رضی، ۲۰۱۸) [۱۱] برای پلاسماهای غیرماکسولی بررسی شده است.

¹ Self-similar

پارامترهای پلاسما را در شرایط پیچیده فراهم می‌کند.

معادله (۱۵) که نتیجه انتگرال‌گیری از معادله (۱۳) با اعمال شرایط مرزی (۱۴) است، به صورت یک معادله ضمنی بیان شده است. این معادله بصورت عددی برای مقادیر $n(\eta, R_0)$ حل شده و مقادیر بدست آمده از چگالی، در فرمول‌های مربوط به سایر پارامترهای پلاسما جایگذاری شده‌اند. این فرمول‌ها شامل پارامترهایی نظیر سرعت، پتانسیل الکترواستاتیکی، میدان الکتریکی و سرعت صوت هستند. نتایج نهایی به صورت پروفایل‌های پارامترهای پلاسما ارائه شده و رفتار آن‌ها را در شرایط مختلف η, R_0 نشان می‌دهند:

$$V(\eta, R_0) = n + R_0 n^{1/3} / [\sqrt{3} (1 + n^{2/3} R_0^2)^{1/4}]$$

$$\phi(\eta, R_0) = \sqrt{1 + R_0^2 n(\eta, R_0)^{2/3}} - \sqrt{1 + R_0^2} \quad (16)$$

$$E(\eta, R_0) = -\frac{\partial}{\partial \eta} \phi(\eta, R_0)$$

$$C_s(\eta, R_0) = R_0 n(\eta, R_0)^{1/3} / [\sqrt{3} (1 + n(\eta, R_0)^{2/3} R_0^2)^{1/4}]$$

نتایج و بحث :

تغییرات موقعیت لبه پلاسما، چگالی، سرعت، پتانسیل الکتریکی، و میدان الکتریکی بهنجار شده برحسب متغیر خود تشابهی η برای مقادیر مختلف

بطوریکه $\eta = \eta_0$ وقتی $v = 0$ همچنین

$$\eta_0 = -\frac{R_0}{\sqrt{3}(1+R_0^2)^{1/4}}$$

انتگرال با استفاده از شرایط مرزی زیر تعیین می‌گردند:

$$n(x, 0) = \begin{cases} 1 & x < 1 \\ n & x > 0 \end{cases} \quad (14)$$

انتگرال ارائه شده در معادله (۱۳)، به دلیل

پیچیدگی ساختار و حضور توابع غیرخطی، به صورت تحلیلی قابل حل نیست. بنابراین، این انتگرال با استفاده از نرم‌افزار متمتیکا^۱ به صورت عددی محاسبه شده است. در این فرآیند، ابتدا محدوده‌های انتگرال با توجه به شرایط مرزی معادله (۱۴) تعیین شده‌اند و سپس از قابلیت‌های محاسبات عددی نرم‌افزار برای ارزیابی دقیق این انتگرال استفاده شده است.

با حل عددی این انتگرال، نتایج به صورت زیر و

بر حسب توابع فوق هندسی^۲ حاصل می‌گردند:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{\sqrt{3}} n^{1/3} R_0 \left\{ \frac{1}{(1 + n^{2/3} R_0^2)^{1/4}} + 3F_1 \left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -n^{2/3} R_0^2 \right] \right\} \\ & = \eta + \frac{R_0}{\sqrt{3}(1 + R_0^2)^{1/4}} \\ & - \frac{R_0}{\sqrt{3}} \left\{ \frac{1}{(1 + R_0^2)^{1/4}} 3F_1 \left[\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, -R_0^2 \right] \right\} \quad (15) \end{aligned}$$

در این رابطه، F_1 تابع فوق هندسی است. استفاده

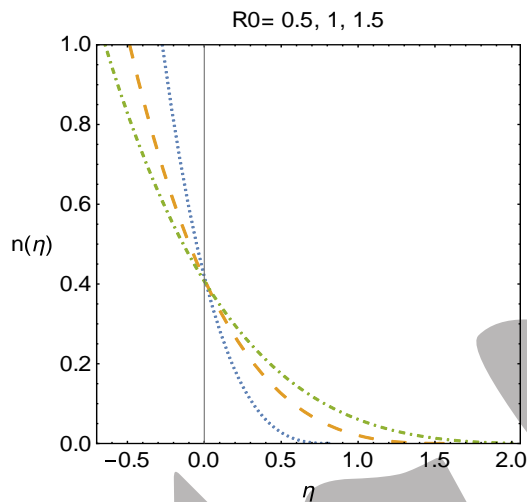
از این توابع امکان تحلیل دقیق تر رفتار چگالی و سایر

² hyper-geometric function

¹ Mathematica

شده و به پایداری دینامیکی در محیط‌های چگال کمک می‌کند. این نتایج، اهمیت پارامتر R را در کنترل انبساط پلاسما و تنظیم رفتار آن در محیط‌های مختلف برجسته می‌سازد.

شکل ۲ نشان می‌دهد که افزایش پارامتر نسبی R منجر به کاهش کندتر چگالی در لبه پلاسما شده و زمان پایداری پلاسما را افزایش می‌دهد.

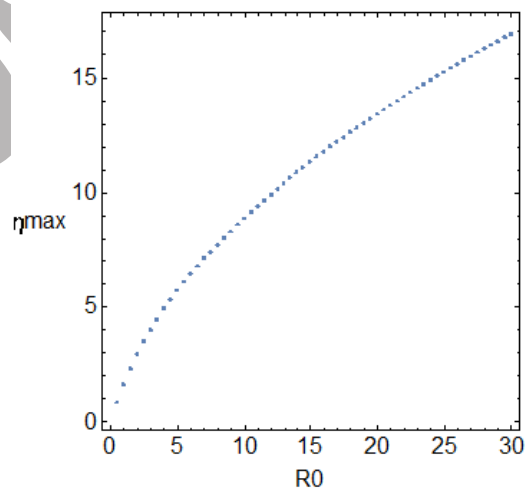


شکل ۲. تغییرات چگالی در انبساط خود تشابهی پلاسما برای مقادیر مختلف پارامتر نسبی R

این پدیده، به دلیل فشار تبهگنی نسبی است که از افت شدید چگالی جلوگیری کرده و امکان حفظ پلاسما در چگالی‌های بالا را فراهم می‌کند. این ویژگی در تحقیقات همجوشی هسته‌ای و آزمایش‌های لیزر-پلاسما از اهمیت ویژه‌ای برخوردار است، زیرا موجب افزایش واکنش‌پذیری و بهبود دقت اندازه‌گیری‌ها می‌شود. کاهش نرخ افت چگالی به توزیع یکنواخت‌تر انرژی منجر شده و از تشکیل شوک‌های حرارتی جلوگیری می‌کند. این امر پایداری حرارتی بالاتری را ایجاد کرده و امکان

پارامتر نسبی R در شکل‌های (۱) تا (۴) ارائه شده است.

شکل ۱ تغییرات موقعیت لبه پلاسما را نسبت به پارامتر نسبی R نشان می‌دهد. این لبه، نماینگر نقطه‌ای است که چگالی پلاسما به طور قابل توجهی کاهش یافته و انبساط آن به پایان نزدیک می‌شود. با افزایش R ، لبه پلاسما به موقعیت‌های دورتر منتقل شده و دامنه پارامتر خود تشابهی نیز گسترش می‌یابد. این پدیده ناشی از افزایش فشار تبهگنی نسبی الکترون‌ها است، که موجب می‌شود الکترون‌ها و یون‌ها با نیروی بیشتری به بیرون رانده شوند و در نتیجه دامنه انبساط پلاسما به طور قابل ملاحظه‌ای افزایش یابد.

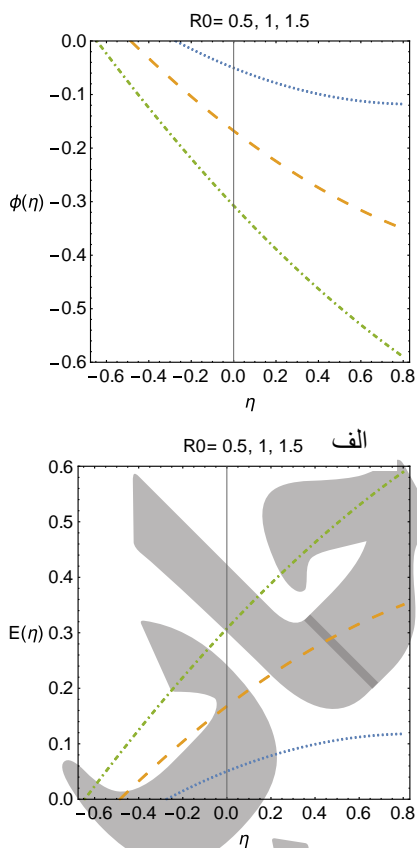


شکل ۱. تغییرات لبه پلاسما نسبت به مقادیر مختلف پارامتر نسبی R

مقادیر بالای R به ویژه در محیط‌هایی مانند ستارگان نوترونی که فشار تبهگنی نقش غالب دارد، قابل مشاهده‌تر هستند. در این شرایط، انبساط پلاسما با تأثیرات نسبی و فشار تبهگنی الکترون‌ها تقویت

انتقال انرژی و دینامیک کلی پلاسما را بهبود می‌بخشد.

شکل ۴ نشان می‌دهند که افزایش پارامتر R منجر به افزایش پتانسیل الکترواستاتیکی Φ و به دنبال آن افزایش میدان الکتریکی E می‌شود. این افزایش ناشی از رشد انرژی جنبشی و ممتوم نسبی الکترون‌ها است که باعث تقویت پتانسیل الکتریکی در سیستم می‌شود.

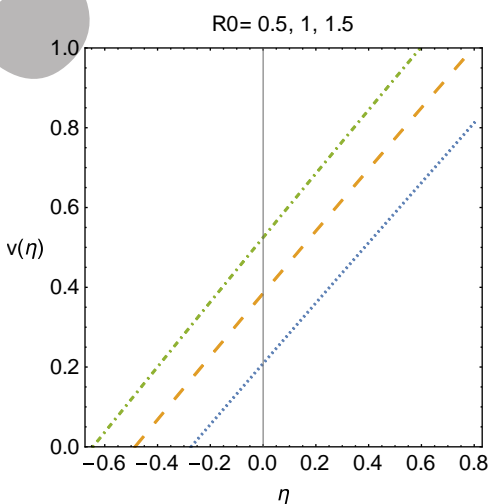


شکل ۴. الف) تغییرات پتانسیل بهنجار شده، ب) میدان الکتریکی در انبساط پلاسما برای مقادیر مختلف پارامتر نسبی R

در پلاسماهای با مقادیر بالای R ، تعاملات میان الکترون‌ها و یون‌ها گرادیان قوی‌تری در پتانسیل

کنترل بهتر فرآیندهای پلاسما در کاربردهای صنعتی و تحقیقاتی را فراهم می‌سازد. در محیط‌های نجومی، این ویژگی به پایداری جت‌های نسبیتی و بادهای ستاره‌ای کمک می‌کند.

شکل ۳ نشان می‌دهد که افزایش خطی پارامتر R باعث افزایش سرعت انبساط یونی می‌شود. این رفتار در شرایط نسبیتی منجر به انتقال سریع‌تر و کارآمدتر انرژی از الکترون‌ها به یون‌ها می‌شود. این ویژگی باعث کاهش زمان تعامل پلاسما با محیط، جلوگیری از اتلاف انرژی، و بهبود کارایی فرآیندها می‌شود. در چنین حالتی، یون‌ها با سرعت‌های بالاتر می‌توانند به نواحی دورتر رسیده و امواج شوک قوی‌تری ایجاد کنند.



شکل ۳. تغییرات سرعت انبساط یونی پلاسما چگال برای مقادیر مختلف پارامتر نسبی R

این ویژگی در شتاب‌دهنده‌های ذرات و جت‌های نسبیتی اختفیزیکی، تأثیر قابل توجهی بر کارایی و انتقال انرژی دارد. بنابراین، در مقایسه با انبساط‌های غیرنسبیتی، انبساط نسبیتی بهره‌وری

افزایش سرعت صوت در این شرایط بیانگر پایداری بالاتر پلاسما و بهبود قابلیت انتقال انرژی و امواج در محیط‌های چگال است. چنین شرایطی در ساختارهایی نظیر کوتوله‌های سفید و ستارگان نوترونی حائز اهمیت است.

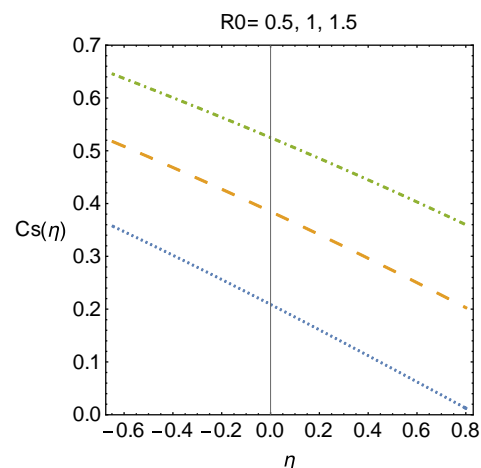
این نتایج اهمیت فشار تبهگنی و اثرات نسبی را در تنظیم رفتار دینامیکی پلاسما تأیید کرده و نقش کلیدی آن‌ها را در پایداری و انتقال انرژی برجسته می‌سازند. بر اساس این مطالعه، پارامتر نسبی R به‌عنوان عاملی تعیین‌کننده در انبساط پلاسماهای چگال عمل می‌کند بطوریکه براساس نتایج بدست آمده افزایش دمای نسبی الکترون‌ها، انبساط پلاسما را تسریع کرده، میدان‌های الکتریکی قوی‌تری ایجاد کرده و به شتاب‌دهی یون‌ها تا سرعت‌های بالاتر منجر می‌شود.

یافته‌های این پژوهش از چند جهت با نتایج مطالعات پیشین همخوانی دارد. نخست، از نظر تسریع انبساط پلاسما و تقویت میدان‌های الکتریکی مطابق با نتایج حاصل از شبیه‌سازی‌های ولاسوف نسبی [۲۱] و برهم‌کنش لیزر-پلاسما [۱۹] گزارش شده است. همچنین، رابطه مشاهده‌شده بین فشار تبهگنی و پایداری چگالی، یافته‌های پژوهش‌های قبلی در زمینه پلاسماهای کوانتومی [۱۶] را تأیید می‌کند. از سوی دیگر، رفتار سرعت صوت در شرایط نسبی در این مطالعه، با پیش‌بینی‌های نظری ارائه‌شده در مبانی ترمودینامیک نسبی [۱۸] هماهنگی نشان می‌دهد. با این حال، ترکیب این اثرات در یک مدل یکپارچه و بررسی

الکتریکی ایجاد می‌کنند که انرژی بیشتری برای شتاب‌دهی ذرات فراهم می‌سازد.

همچنین، فشار کوانتومی ناشی از الکترون‌های تبهگن نسبی باعث توزیع یکنواخت‌تر الکترون‌ها و تقویت بیشتر پتانسیل الکتریکی می‌شود. افزایش این پتانسیل، کنترل بهتری بر انبساط پلاسما فراهم کرده و بی‌ثباتی‌های مرتبط را کاهش می‌دهد. این نتایج بر اهمیت پارامتر R در تعیین رفتار پتانسیل و میدان‌های الکتریکی در پلاسماهای تبهگن تأکید می‌کند.

شکل ۵ نشان می‌دهد که سرعت صوت در پلاسما C_s با افزایش پارامتر نسبی R افزایش می‌یابد. این تغییر به دلیل افزایش فشار تبهگنی الکترون‌ها در شرایط نسبی است که انتقال امواج صوتی با سرعت بالاتر را ممکن می‌سازد. در این شکل، رفتار C_s به صورت تابعی از چگالی نرمال‌شده و متغیر خودتشابهی نمایش داده شده است.



شکل ۵. تغییرات سرعت صوت در پلاسما C_s با افزایش پارامتر نسبی R

که در کاربردهای صنعتی و اخترفیزیکی نظیر شتاب‌دهنده‌های ذرات، همجوشی هسته‌ای، و تحلیل جت‌های نسبیتی در محیط‌های کیهانی اهمیت دارد. استفاده از معادلات حالت تبهگن نسبیتی و توابع فوق‌هندسی، امکان تحلیل دقیق‌تر رفتارهای غیرخطی انبساط پلاسما را فراهم کرد. این تحقیق، بستر توسعه مدل‌های پیشرفته‌تر برای مطالعه پلاسماهای چگال در شرایطی که اثرات نسبیتی و تبهگنی هم‌زمان اهمیت دارند، مانند ستارگان نوترونی و کوتوله‌های سفید، را فراهم کرده و به بهبود فناوری‌های مرتبط با پلاسما کمک خواهد کرد.

تعامل غیرخطی بین آنها جنبه جدید این تحقیق محسوب می‌شود.

نتیجه‌گیری:

در این پژوهش، یک مدل تحلیلی-عددی ترکیبی برای بررسی همزمان اثرات نسبیتی و تبهگنی در انبساط پلاسماهای چگال توسعه داده شده است. اثرات الکترون‌های تبهگن نسبیتی بر انبساط پلاسماهای چگال با استفاده از مدل هیدرودینامیکی کوانتومی و روش خودتشابهی مورد بررسی قرار گرفت. یافته‌ها نشان داد که افزایش پارامتر نسبیتی R ، که نمایانگر تأثیرات نسبیتی بر رفتار پلاسما است، به عنوان یک متغیر کلیدی در توصیف انبساط پلاسما عمل می‌کند و تأثیرات قابل توجهی بر رفتار انبساط پلاسما دارد، از جمله افزایش سرعت انبساط یونی، گسترش موقعیت لبه پلاسما، بهبود پایداری چگالی، و تقویت پتانسیل و میدان الکتریکی. این نتایج بر اهمیت فشار تبهگنی نسبیتی در بهبود پایداری و کارایی انتقال انرژی در انبساط پلاسماهای چگال تأکید می‌کند. علاوه بر این، افزایش R به گسترش دامنه انبساط و بهبود شتاب‌دهی ذرات منجر می‌شود.

plasma expanding into vacuum. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 27(7), 717–729.

<https://doi.org/10.1088/0741-3335/27/7/002>

[3] Shokoohi, R., & Yazdani, L. (2016). Self-similar expansion of plasma into vacuum including thermal ions. *Iranian Journal of Physics Research*, 16(2), 153–162. <https://doi.org/10.18869/acadpub.ijpr.16.2.153>

[4] Murakami, M., & Baskov, M. M. (2006). Self-similar expansion of finite-size non-quasi-neutral plasmas into vacuum: Relation to the problem of ion acceleration. *Physics of Plasmas*, 13(1), 013105.

<https://doi.org/10.1063/1.2162527>

منابع

- [1] Samir, U., Wright Jr, K. H., & Stone, N. H. (1983). The expansion of a plasma into a vacuum: Basic phenomena and processes and applications to space plasma physics. *Reviews of Geophysics*, 21(7), 1631–1646. <https://doi.org/10.1029/RG021i007p01631>
- [2] Sack, C., & Schamel, H. (1985). Evolution of a

82. <https://doi.org/10.1086/143324>
- [18] Landau, L. D., & Lifshitz, E. M. (1980). *Statistical physics (3rd ed., Part 1)*. Pergamon Press.
- [19] Gaspar, G., Farkas, Z., & Horváth, Z. (2010). High-power laser-matter interaction: Generation of dense plasma with strong gradients. *Physical Review Letters*, 105(12), 125002. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.125002>
- [20] Krushelnick, K., Clark, E. L., Zepf, M., Davies, J. R., Beg, F. N., Machacek, A., Santala, M. I. K., Tatarakis, M., Watts, I., Norreys, P. A., & Dangor, A. E. (2000). Energetic proton production from relativistic laser interaction with high density plasmas. *Physics of Plasmas*, 7(5), 2055–2061. <https://doi.org/10.1063/1.874027>
- [21] Moridi, M., Shokoohi, R., & Abbasi, H. (2012). Relativistic simulation of the Vlasov equation for plasma expansion into vacuum. *Iranian Journal of Physics Research*, 12(3), 191-197. https://ijpr.iut.ac.ir/article_979.html
- [5] Mora, P. (2003). Plasma expansion into a vacuum. *Physical Review Letters*, 90(18), 185002. <https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.90.185002>
- [6] LaJoie, A. L., Chu, F., Brown, A., Langendorf, S., Dunn, J. P., Wurden, G. A., Witherspoon, F. D., Case, A., Luna, M., Cassibry, J., Vyas, A., & Gilmore, M. (2024). Formation and study of a spherical plasma liner for plasma-jet-driven magneto-inertial fusion. *arXiv preprint arXiv:2401.11066*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.2401.11066>
- [7] Peano, F., Martins, J. L., Fonseca, R. A., Silva, L. O., Coppa, G., Peinetti, F., & Mulas, R. (2007). Dynamics and control of the expansion of finite-size plasmas produced in ultraintense laser-matter interactions. *arXiv preprint arXiv:physics/0701124*. <https://doi.org/10.48550/arXiv.physics/0701124>
- [8] Kiefer, T., Schlegel, T., & Kaluza, M. C. (2013). Plasma expansion into vacuum assuming a steplike electron energy distribution. *Physical Review E*, 87(4), 043110. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.87.043110>
- [9] Azarvand-Hassanfard, Esfandyari-Kalejahi, A., & Akbari-Moghanjoughi, M. (2017). Ion energy spectrum in expansion of plasmas with nonextensive electrons. *Results in Physics*, 7, 3373–3379. <https://doi.org/10.1016/j.rinp.2017.08.041>
- [10] Azarvand-Hassanfard, B., Esfandyari-Kalejahi, A., & Akbari-Moghanjoughi, M. (2018). Generation of dispersive shock waves in nonextensive plasmas. *Canadian Journal of Physics*, 96(10), 1063–1073. <https://doi.org/10.1139/cjp-2017-0589>
- [11] Shokoohi, R., & Mohammadi Razi, E. (2018). Self-similar expansion of non-Maxwellian plasmas with thermal ions. *The European Physical Journal D*, 72(11). <https://doi.org/10.1140/epjd/e2018-80702-2>
- [12] Moslem, W. M. (2012). Self-similar expansion of white dwarfs. *Astrophysics and Space Science*, 342(3), 351–355. <https://doi.org/10.1007/s10509-012-1185-4>
- [13] Tsallis, C. (1988). Possible generalization of Boltzmann-Gibbs statistics. *Journal of Statistical Physics*, 52(1-2), 479–487. <https://doi.org/10.1007/BF01016429>
- [14] Livadiotis, G. (2018). Kappa distributions: Statistical physics and thermodynamics of space plasmas. *Universe*, 4(12), 144. <https://doi.org/10.3390/universe4120144>
- [15] Eliasson, B., & Shukla, P. K. (2012). Collective effects in quantum plasmas. *Europhysics Letters*, 97(1), 15001. <https://doi.org/10.1209/0295-5075/97/15001>
- [16] Akbari-Moghanjoughi, M. (2012). Relativistic Thomas-Fermi model for dense quantum plasmas. *Physics of Plasmas*, 19(3), 032704. <https://doi.org/10.1063/1.3691218>
- [17] Chandrasekhar, S. (1931). The maximum mass of ideal white dwarfs. *The Astrophysical Journal*, 74, 81–