

# Optoelectronic

Open  
Access

## ORIGINAL ARTICLE

# Enhancement of Nonclassicality of Displaced Number States by Noiseless Linear Amplification

Mohaddeseh Rezakhaninezhad<sup>1</sup>, Hamid Reza Baghshahi<sup>2\*</sup>, Mohammad Javad Faghihi<sup>3</sup>

1 MS.c., Department of Physics, Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Rafsanjan, Iran.

2 Associate Professor, Department of Physics, Vali-e-Asr University of Rafsanjan, Rafsanjan, Iran.

3 Associate Professor, Department of Photonics, Graduate University of Advanced Technology, Kerman, Iran.

### Correspondence

Hamid Reza Baghshahi

Email: [baghshahi@vru.ac.ir](mailto:baghshahi@vru.ac.ir)

### How to cite

Rezakhaninezhad, M., Baghshahi, H.R., Faghihi, M.J. (2023). Enhancement of Nonclassicality of Displaced Number States by Noiseless Linear Amplification, *Optoelectronic*, 5(2), 81-90.

### ABSTRACT

This paper introduces a new category of nonclassical radiation states. To achieve this, it first clarifies the applications of displaced number states and underscores the importance of noiseless signal amplification. Subsequently, amplified displaced number states are introduced. The study then examines some of the most crucial nonclassical criteria, including Mandel's parameter, the second-order correlation function, Vogel's characteristic function, and the Wigner distribution function, to assess the nonclassical nature of these quantum states. In each case, the roles of the gain factor and the number of photons in the number states are discussed in relation to the aforementioned physical quantities. Numerical results reveal significant sub-Poissonian statistics of the field and photon antibunching. Furthermore, the behavior of Vogel's characteristic function is analyzed as the necessary and sufficient condition for the nonclassicality of a quantum state. It is observed that the Vogel function for the quantum states of interest surpasses the value of the characteristic function of the ground state, indicating the nonclassicality of the introduced states. Additionally, the negativity of the Wigner-Weyl distribution function, as another manifestation of the nonclassical nature of the studied states, is also observed. Consequently, the presented evidence suggests that the amplified displaced number states can be considered promising candidates for nonclassical light.

### KEYWORDS

Displaced Number State, Noiseless Linear Amplification, Wigner Function, Vogel's Characteristic Function, Sub-Poissonian Statistics.

دوفصلنامه علمی  
اپتوالکترونیک

«مقاله پژوهشی»

## بهبود رفتار غیر کلاسیکی حالت‌های عددی جابه‌جاشده به کمک تقویت خطی بدون نوفه

محدثه رضاخانی نژاد<sup>1</sup>، حمیدرضا باغشاهی<sup>2</sup>، محمدجواد فقیهی<sup>3</sup>

### چکیده

در این مقاله، رده جدیدی از حالت‌های غیر کلاسیکی تابشی معرفی می‌شود. بدین منظور، پس از تبیین کاربردهای حالت‌های عددی جابه‌جاشده و بیان اهمیت تقویت سیگنال بدون نوفه، حالت‌های عددی جابه‌جاشده تقویت‌شده معرفی می‌شوند. سپس با بررسی برخی از مهم‌ترین معیارهای غیر کلاسیکی مانند پارامتر مندل، تابع همبستگی مرتبه دوم، تابع مشخصه فوگل و تابع توزیع ویگنر؛ غیر کلاسیکی بودن حالت‌های کوانتومی معرفی شده، مطالعه می‌گردد. در هر مورد، نقش تعداد فوتون‌های حالت‌های عددی و ضریب بهره در مقادیر کمیت‌های فیزیکی یادشده بررسی می‌شود. نتایج عددی مقادیر قابل توجهی از آمار زیرپواسونی میدان و رفتار پادگروهی فوتون‌ها را نشان می‌دهد. پس از آن، به عنوان شرط لازم و کافی برای غیر کلاسیکی بودن یک حالت کوانتومی، رفتار تابع مشخصه فوگل ارزیابی می‌گردد. خواهیم دید که تابع فوگل برای حالت‌های کوانتومی مورد نظر فراتر از مقدار تابع مشخصه حالت پایه می‌رود که این امر به منزله غیر کلاسیکی بودن حالت‌های معرفی شده است. علاوه بر این، منفی بودن تابع توزیع ویگنر-ویل، به عنوان نمود دیگری از غیر کلاسیکی بودن حالت‌های مطالعه شده، نیز مشاهده می‌شود. در نتیجه، ویژگی‌های ذکرشده حاکی از آن است که حالت‌های عددی جابه‌جاشده تقویت‌شده را می‌توان کاندیدای مناسبی برای یک نور غیر کلاسیکی قلمداد کرد.

### واژه‌های کلیدی

حالت عددی جابه‌جاشده، تقویت خطی بدون نوفه، تابع ویگنر، تابع مشخصه فوگل، آمار زیرپواسون.

- 1 کارشناسی‌ارشد فیزیک، دانشگاه ولی عصر(عج) رفسنجان، رفسنجان، ایران.
- 2 دانشیار، گروه فیزیک، دانشگاه ولی عصر(عج) رفسنجان، رفسنجان، ایران.
- 3 دانشیار، گروه فوتونیک، دانشگاه تحصیلات تکمیلی صنعتی و فناوری پیشرفته، کرمان، ایران.

نویسنده مسئول:

حمیدرضا باغشاهی

رایانامه: [baghshahi@vru.ac.ir](mailto:baghshahi@vru.ac.ir)

استناد به این مقاله:

محدثه رضاخانی نژاد، حمیدرضا باغشاهی، محمدجواد فقیهی (1402). بهبود رفتار غیر کلاسیکی حالت‌های عددی جابه‌جاشده به کمک تقویت خطی بدون نوفه، دوفصلنامه علمی اپتوالکترونیک، 5(2)، 81-90.

## مقدمه

امروزه حالت‌های غیرکلاسیکی نور به‌عنوان حالت‌هایی که هیچ مشابه کلاسیکی ندارند مورد توجه قرار گرفته‌اند. این حالت‌ها که با منفی شدن تابع توزیع گلاوبر - سودارشان (تابع توزیع P) متناظر با آن‌ها در بازه‌های محدودی از فضای فاز شناخته می‌شوند، کاربردهای قابل توجهی را در موضوعاتی چون دوربری کوانتومی [1]، ارتباطات کوانتومی و رمزنگاری [2]، تداخل کوانتومی و درهم‌تنیدگی [3] و پردازش اطلاعات کوانتومی [4] نشان داده‌اند. همچنین این حالت‌ها می‌توانند از طریق تکنیک‌های اندازه‌گیری مشروط یا در برهم‌کنش‌های الکترودینامیک کوانتومی کاواک [5 و 6] تولید شوند و در برهم‌کنش‌های کوانتومی اتم - میدان بروز پیدا کنند [7 و 8]. نظر به این کاربردها در فناوری‌های جدید، این سؤال که آیا یک حالت کوانتومی غیرکلاسیکی است یا نه، توجه زیادی را به خود جلب کرده است. بنابراین، معرفی سامانه‌های تابشی با ویژگی‌های غیرکلاسیکی و در پی آن طراحی چیدمان‌های آزمایشی برای دستیابی به حالت‌های غیرکلاسیکی حائز اهمیت است.

از میان شمار زیادی از حالت‌های غیرکلاسیکی معرفی شده، تعمیم‌های حالت‌های همدوس استاندارد - که خود یکی از مهم‌ترین حالت‌های تابشی و کلاسیکی‌ترین حالت‌های کوانتومی است - به‌صورت، برای نمونه، محدود کردن فضای هیلبرت [9]، تعمیم جبری [10-12] و تعمیم گروهی [13] و غیره غیرکلاسیکی‌اند. از میان این تعمیم‌ها می‌توان به نوع خاصی از حالت‌های همدوس تعمیم یافته که به آن حالت‌های عددی جابه‌جاشده گفته می‌شود اشاره کرد که در آن با جایگزینی حالت‌های عددی با حالت خالص، حالت‌های عددی جابه‌جاشده به حالت‌های همدوس تقلیل می‌یابند.

حالت‌های عددی جابه‌جاشده در شاخه‌های مختلف اپتیک کوانتومی استفاده شده است. این حالت‌ها، برای نمونه، در ویژه‌حالت‌های برخی از سامانه‌های برهم‌کنشی جینز - کامینگز ظاهر شده‌اند [14]. همچنین ویژگی‌های غیرکلاسیکی و مجموعه‌ای از جنبه‌های کوانتومی حالت‌های عددی جابه‌جاشده بحث و بررسی شده‌اند؛ از جمله توابع توزیع شبه‌احتمالاتی [15]، ویژگی‌های فازی [16]، واهمدوسی برهم‌نهی این حالت‌ها [17] و تابع توزیع هوسیمی و تابع توزیع ویگنر [18] هستند. به علاوه، تجزیه و تحلیل پروتکل کدگذاری متراکم بر اساس حالت‌های عددی جابه‌جاشده، گسترش یافته است [19]. پروتکل از راه دور یک کیوبیت

ماکروسکوپی ناشناخته با استفاده از یک کانال کوانتومی متشکل از حالت‌های خلأ جابه‌جا شده و حالت‌های تک- فوتون جابه‌جاشده مطالعه شده است [20]. نشان داده شده است که طیف متناظر با یک مدل کوانتومی رابی در یک رژیم کیوبیت تبهگن گسسته است و ویژه‌حالت‌های آن، حالت‌های عددی جابه‌جاشده، زوج و فرد هستند [21]. شایان ذکر است که حالت‌های عددی جابه‌جاشده نیز به صورت تجربی از برهم‌نهی یک حالت عددی با یک حالت همدوس استاندارد به کمک یک شکافنده باریکه تولید شده‌اند [22 و 23].

از سوی دیگر، در برهم‌کنش‌های نوری، تقویت سیگنال یک مفهوم مهم است. با این حال، تقویت سیگنال به‌طور اجتناب‌ناپذیری با نوفه همراه است که این مسئله موجب می‌شود تشخیص سیگنال تقویت شده دچار مشکل می‌کند. از این رو، نوفه کوانتومی می‌تواند دیگر تکنولوژی‌های کوانتومی را نیز محدود کند [24]. نوفه به‌طور اجبار در هر تقویت خطی یا شبیه‌سازی حالت‌های کوانتومی وارد می‌شود و بنابراین هر حالت ورودی خالص، یک حالت خروجی مختلط را در پی دارد [24]. برای غلبه بر این محدودیت، سازوکارهای تقویت بدون نوفه اهمیت پیدا کرده‌اند و در سال‌های اخیر، مطالعه تئوری و تجربی بر روی تقویت خطی ایده‌آل بدون نوفه مورد توجه قرار گرفته است [25 و 26].

در واقع، تقویت نوری کوانتومی در پردازش اطلاعات کوانتومی ممنوع است و تقویت بدون نوفه نیز تنها به روش احتمالاتی قابل ارائه است. اولین طرح برای تقویت خطی بدون نوفه توسط رالف و لوند در سال 2009 ارائه شد [27]. سپس این نوع تقویت به یک موضوع کاملاً داغ تبدیل شد و نتایج زیادی از جمله طرح‌های جدید برای این تقویت [28 و 29]، پیاده‌سازی‌های تجربی [30 و 31] و کاربردهای تقویت خطی بدون نوفه در پردازش اطلاعات کوانتومی مختلف [32 و 33] به دست آمد. همچنین نشان داده شده است که تقویت خطی بدون نوفه برای توزیع کلید کوانتومی [34 و 35]، نقض نامساوی بل [36] و تحول دینامیک درهم‌تنیدگی [37] مفید است. علاوه بر این، پژوهش‌های انجام شده در این زمینه نشان داده‌اند که تقویت خطی بدون نوفه برای مقابله با اتلاف فوتون بسیار کارآمد است، به‌ویژه اگر حالت ورودی یک برهم‌نهی از حالت‌های فوتونی با تعداد فوتون بسیار کم باشند [38-40]. کاربردهایی از این نوع تقویت نیز در زمینه‌های مختلف اطلاعات کوانتومی مانند تکرارکننده‌های کوانتومی، تصحیح خطای کوانتومی و تقطیر درهم‌تنیدگی بحث و بررسی شده است [41].

پروتکل اندازه‌گیری تقریب زده شود [27]. حال با اثر عملگر تقویت خطی بدون نوفه روی حالت‌های عددی جابه‌جا شده، حالت‌های عددی جابه‌جا شده تقویت شده به شکل

$$|\hat{n}, a \hat{n} = \hat{T} |n, a \hat{n} = \hat{T} \hat{D}(a) |n \hat{n} \quad (3)$$

تعریف می‌شوند. این حالت‌ها در پایه حالت‌های عددی به صورت زیر به دست می‌آیند:

$$|\hat{n}, a \hat{n} = \hat{a} \sum_{m=0}^n \hat{L}_{mn}(a) |m \hat{n} + \hat{a}^{\dagger} \sum_{m=n+1}^{\infty} \hat{L}_{mn}(-a) |m \hat{n} \quad (4)$$

به طوری که  $\hat{L}_{mn}(a) = \hat{L}_{nm}(a) g^m$  و خواهیم داشت:

$$\hat{L}_{nm}(a) = e^{-|a|^2/2} \sqrt{\frac{m!}{n!}} (-a^*)^{n-m} L_m^{n-m}(|a|^2) \quad (5)$$

که در آن  $L_n^k(x)$  چند جمله‌ای‌های لاگر وابسته هستند. لازم به ذکر است که علی‌رغم این که حالت‌های عددی جابه‌جا شده متعامد و بهنجار هستند، به دلیل این که عملگر تقویت خطی بدون نوفه،  $\hat{T}$ ، غیریکانی است، بنابراین اندازه بردار حفظ نمی‌شود و حالت‌های عددی جابه‌جا شده تقویت شده در رابطه (3) بهنجار نیستند. با توجه به این نکته، در ادامه ویژگی‌های غیر کلاسیکی این حالت‌ها مورد مطالعه قرار می‌گیرند.

### معیارهای غیر کلاسیکی بودن

در این بخش، به کمک محاسبات عددی، جنبه‌های غیر کلاسیکی بودن حالت‌های عددی جابه‌جا شده تقویت شده بحث می‌شود. این مهم با بررسی برخی از مهم‌ترین معیارها مانند پارامتر مندل، تابع همبستگی مرتبه دوم، تابع مشخصه فوگل و تابع توزیع شبه احتمال و دیگر صورت می‌پذیرد.

**پارامتر مندل:** آمار فوتونی یک سامانه تابشی کوانتومی معمولاً توسط پارامتر مندل مطالعه می‌شود که به صورت زیر تعریف می‌شود [43]:

$$Q = \frac{\langle \hat{a}^{\dagger} \hat{a} \rangle^2 \hat{n} - \langle \hat{a}^{\dagger} \hat{a} \hat{n} \rangle}{\langle \hat{a}^{\dagger} \hat{a} \hat{n} \rangle} - 1 \quad (6)$$

مقادیر منفی (مثبت) این پارامتر نشان‌دهنده آمار زیرپواسونی (فراپواسونی) است که بر غیر کلاسیکی (کلاسیکی) بودن سامانه تابشی مورد نظر دلالت دارد. لازم به ذکر است که پارامتر مندل برای حالت‌های همدوس استاندارد با توجه به آمار پواسونی آن‌ها برابر با صفر است.

بنابراین، با توجه به مطالب ارائه شده در بالا مبنی بر کاربردهای متعدد حالت‌های عددی جابه‌جا شده و همچنین تقویت کننده‌های خطی ایده‌آل بدون نوفه که مورد توجه هستند، در کار پژوهشی حاضر سعی بر آن است که با تلفیق این دو مفهوم یاد شده، رده جدیدی از حالت‌های کوانتومی با عمق و دامنه غیر کلاسیکی قابل توجه، معرفی شوند. بدین ترتیب، در بخش بعد حالت‌های عددی جابه‌جا شده تقویت شده معرفی می‌شوند. سپس برخی از مهم‌ترین ویژگی‌های غیر کلاسیکی شامل پارامتر مندل، تابع همبستگی مرتبه دوم، تابع مشخصه فوگل و تابع توزیع وینگر بررسی می‌شوند. در هر مورد، نقش تعداد فوتون‌های حالت عددی و پارامتر بهره به بحث گذاشته می‌شوند. در آخر، مقاله با ارائه خلاصه‌ای از پژوهش انجام شده و جمع‌بندی نتایج به پایان می‌رسد.

### حالت‌های عددی جابه‌جا شده تقویت شده

حالت‌های عددی جابه‌جا شده از اثر عملگر جابه‌جایی با رابطه

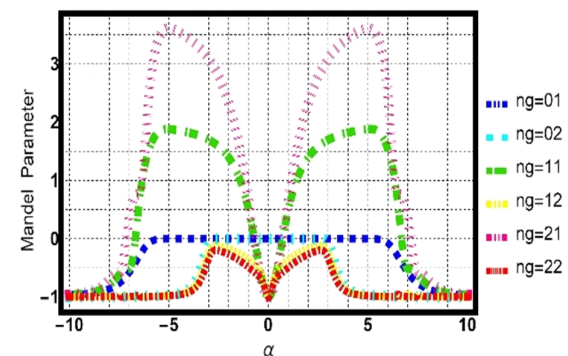
$$\hat{D}(a) = \exp(a \hat{a}^{\dagger} - a^* \hat{a}) \quad (1)$$

روی حالت‌های عددی  $|n \hat{n}$  به صورت  $|n, a \hat{n} = \hat{D}(a) |n \hat{n}$  ساخته می‌شوند که در آن  $a$  یک عدد مختلط است و عملگرهای  $\hat{a}$  و  $\hat{a}^{\dagger}$  به ترتیب عملگرهای نابودی و آفرینش بوزونی هستند.

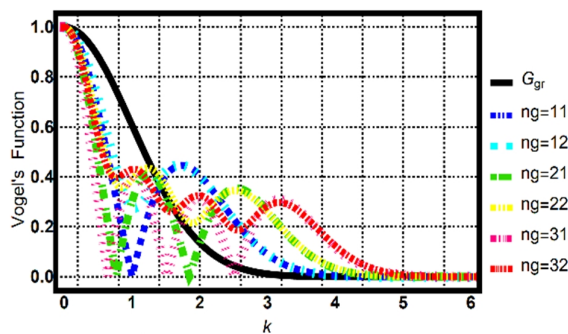
از سوی دیگر، تقویت خطی بدون نوفه ایده‌آل با عملگر

$$\hat{T} = g \hat{n} \quad (2)$$

بیان می‌شود [42] که در آن  $\hat{n} = \hat{a}^{\dagger} \hat{a}$  معرف عملگر تعداد است و پارامتر  $g > 1$  ضریب بهره را نشان می‌دهد. به لحاظ عملیاتی، ایده تقویت خطی بدون نوفه بدین صورت است که اثر عملگر غیریکانی رابطه (2) با پیاده‌سازی یک



شکل 1. تغییرات پارامتر مندل بر حسب  $\alpha$  به‌ازای مقادیر مختلف  $n$  و  $g$ .



شکل 3. تغییرات تابع مشخصه فوگل بر حسب  $k$  به ازای مقادیر مختلف  $n$  و  $g$ .

متناظر آن در برخی نواحی از فضای فاز منفی، یا تکینگی آن بیشتر از یک تابع دلتا باشد. از آنجایی که محاسبه تحلیلی این تابع پیچیده است، فوگل سعی کرد غیرکلاسیکی بودن حالت‌های کوانتومی را به کمک یک تابع مشاهده‌پذیر به صورت زیر بیان کند [45]:

$$G(k, j) = \hat{a}^{ik\hat{x}(j)} \bar{n} \quad (8)$$

که در آن  $\hat{x}(j) = \hat{a} e^{ij} + \hat{a}^{\dagger} e^{-ij}$ . با توجه به تابع مشخصه فوگل، یک حالت کوانتومی غیرکلاسیکی نامیده می‌شود اگر برای برخی از مقادیر  $k$  و  $j$  نامساوی زیر برآورده شود:

$$|G(k, j)| > G_{gr}(k) \quad (9)$$

در این رابطه،  $G_{gr}(k) = e^{-k^2/2}$  تابع مشخصه حالت پایه (یا خلاء) است. لازم به ذکر است که اخیراً نشان داده‌ایم تابع مشخصه فوگل را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد [46]:

$$G(g) = \hat{a}\hat{D}(g)\bar{n} \quad (10)$$

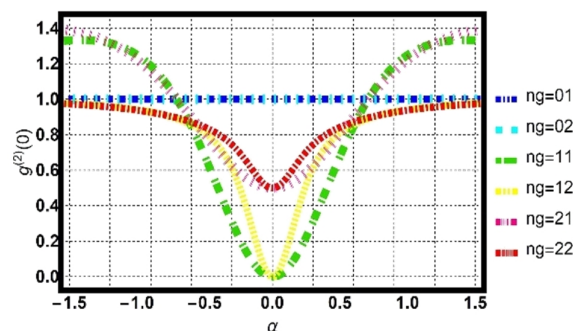
که در آن تعریف کرده‌ایم  $g = ik e^{-ij}$ . در این صورت، شرط غیرکلاسیکی بودن یک سامانه تابشی کوانتومی با نامساوی

$$|G(g)| > e^{-|g|^2/2} \quad (11)$$

بیان می‌شود.

نتایج عددی حاصل از شرط غیرکلاسیکی بودن فوگل، که در شکل 3 ارائه شده است، نشان می‌دهد زمانی که مقدار  $k$  به اندازه کافی بزرگ باشد، سامانه تابشی مورد بررسی غیرکلاسیکی است. در مقادیر کوچک‌تر  $k$  حالت‌های عددی جابه‌جاشده تقویت‌شده، عمق غیرکلاسیکی بیشتری نسبت به حالت‌های عددی جابه‌جاشده دارند.

شکل 1 تغییرات آمار فوتون‌های میدان را برحسب  $a$  برای حالت‌های مختلف فوتونی و ضرایب بهره متفاوت نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد در غیاب عملگر تقویت، با افزایش تعداد فوتون در حالت عددی عمق و دامنه آمار زیرپواسونی کاهش می‌یابد. در عوض، با اعمال عملگر تقویت، می‌توان مشاهده کرد که عمق و دامنه رفتار غیرکلاسیکی به‌طور قابل توجهی بهبود می‌یابد. بنابراین، به یک معنا، حالت‌های عددی جابه‌جاشده تقویت‌شده نسبت به حالت‌های عددی جابه‌جاشده غیرکلاسیکی‌تر هستند.



شکل 2. تغییرات تابع همبستگی مرتبه دوم بر حسب  $\alpha$  به ازای مقادیر مختلف  $n$  و  $g$ .

**تابع همبستگی مرتبه دوم:** رفتار گروهی یا پادگروهی فوتون‌های یک سامانه تابشی با تابع همبستگی مرتبه دوم مشخص می‌شود. این تابع با رابطه زیر داده می‌شود [44]:

$$g^{(2)}(0) = \frac{\hat{a}\hat{a}^{\dagger 2}\hat{a}^2\bar{n}}{\hat{a}\hat{a}^{\dagger}\hat{a}\bar{n}^2} \quad (7)$$

بر این اساس، سامانه‌هایی که تابع همبستگی مرتبه دوم آن‌ها نامساوی  $0 < g^{(2)}(0) < 1$  را برآورده می‌کند غیرکلاسیکی (کلاسیکی) هستند که این خود بر رفتار پادگروهی (گروهی) فوتون‌ها دلالت دارد.  $g^{(2)}(0) = 1$  نیز متناظر با حالت هم‌دوس استاندارد است.

در شکل 2، رفتار گروهی یا پادگروهی فوتون‌های میدان به بحث گذاشته شده است. نتایج عددی حاصل از این شکل نشان می‌دهد وجود عملگر تقویت خطی بدون نوفه در بهبود رفتار پادگروهی (غیرکلاسیکی) به‌ویژه در مقادیر بزرگ‌تر  $a$  مؤثر است. همچنین در حالت  $n = 2$  و برای مقادیر کوچک  $a$ ، اثر مسدودسازی اپتیکی قابل تأمل است.

**تابع مشخصه فوگل:** غیرکلاسیکی بودن یک حالت کوانتومی به این معنی است که تابع  $P$  گلاوبر - سودارشان

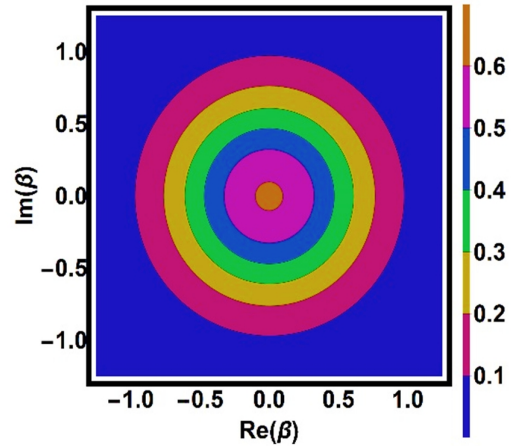
**تابع توزیع ویگنر:** نمایش فضای فاز حالت‌های کوانتومی با استفاده از توابع توزیع شبه احتمال می‌تواند یک معیار مفید برای مشاهده غیر کلاسیکی بودن یک حالت کوانتومی باشد. اولین توزیع شبه احتمال در فضای فاز با تابع توزیع ویگنر - ویل شناخته می‌شود. برای یک سامانه کوانتومی که با ماتریس چگالی  $\hat{\rho}$  توصیف می‌شود، تابع ویگنر از تبدیل فوریه دو بعدی تابع مشخصه متقارن [47]

$$C^{(s)}(b, b^*) = \text{Tr} \hat{\rho} \exp(i b \hat{a}^\dagger + i b^* \hat{a}) \hat{r} \hat{r}^\dagger \quad (12)$$

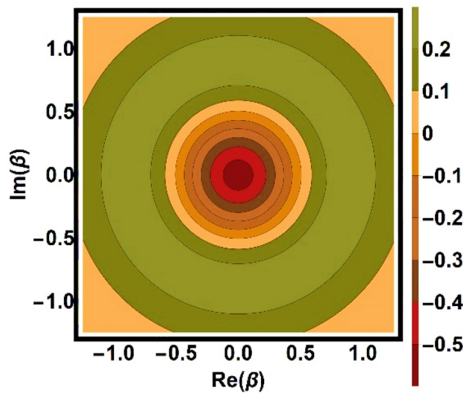
به دست می‌آید و به صورت زیر بازنویسی می‌شود [48] و

$$W(b, b^*) = \frac{2}{p} \sum_{n=0}^{+\infty} (-1)^n \langle \hat{a}^\dagger, b | \hat{r} | n, b \bar{n} \rangle \quad (13)$$

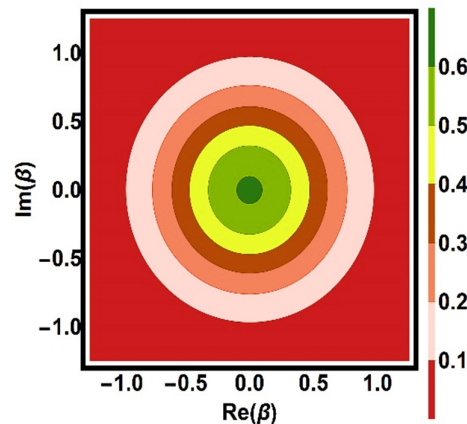
بر این اساس، یک حالت کوانتومی غیر کلاسیکی است اگر تابع توزیع آن در برخی نواحی از فضای فاز مقدار منفی داشته



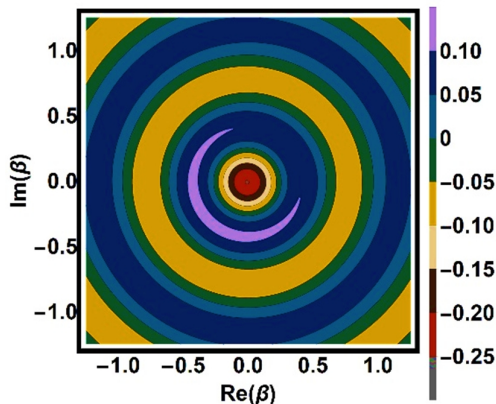
شکل 4. نمودارهای کنتور تابع توزیع ویگنر به ازای  $n=0$  و  $g=1$ .



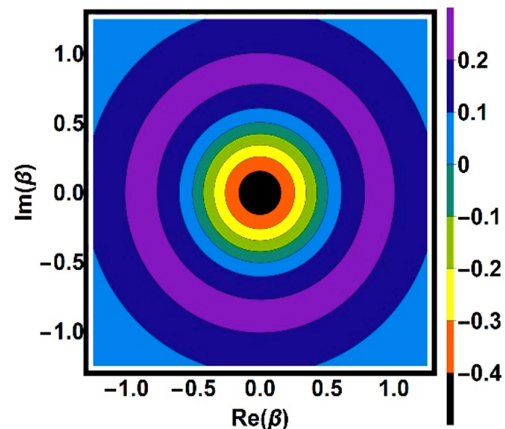
شکل 7. نمودارهای کنتور تابع توزیع ویگنر به ازای  $n=1$  و  $g=3$ .



شکل 5. نمودارهای کنتور تابع توزیع ویگنر به ازای  $n=0$  و  $g=3$ .



شکل 8. نمودارهای کنتور تابع توزیع ویگنر به ازای  $n=5$  و  $g=1$ .



شکل 6. نمودارهای کنتور تابع توزیع ویگنر به ازای  $n=1$  و  $g=1$ .

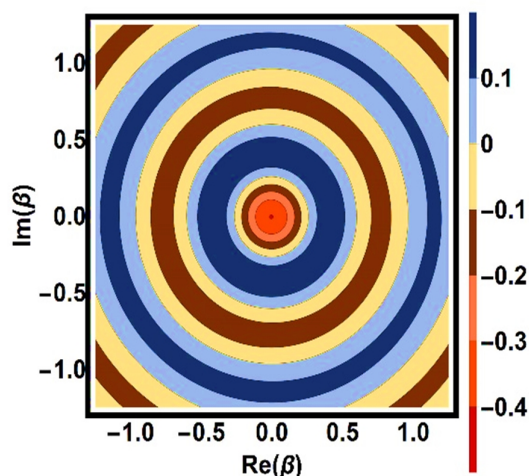
تقویت‌شده معرفی شدند. سپس به منظور متمایز کردن حالت‌های عددی جابه‌جاشده و عددی جابه‌جاشده تقویت‌شده، برخی از مهم‌ترین ویژگی‌های غیرکلاسیکی شامل آمار زیرپواسونی، شرط پادگروهی، تابع مشخصه فوگل و تابع ویگنر به تصویر کشیده شدند. در هر مورد نقش تعداد فوتون‌های واقع در حالت عددی و همچنین تأثیر تقویت بدون نوفه روی این ویژگی‌ها بحث و بررسی شدند.

نتایج عددی حاصل از پارامتر مندل نشان دادند که عمق و دامنه زیرپواسونی بودن سامانه تابشی مورد مطالعه در حضور اثر تقویت به‌طور قابل توجهی بهبود می‌یابد. باقی ماندن در ناحیه غیرکلاسیکی از دیگر نتایج اثر تقویت است که از تابع همبستگی مرتبه دوم استنباط می‌شود. همچنین، تحقق شرط غیرکلاسیکی در تابع مشخصه فوگل برای حالت‌های عددی جابه‌جاشده تقویت‌شده زودتر اتفاق می‌افتد، زمانی که نتایج عددی این حالت‌ها با حالت‌های عددی جابه‌جاشده مقایسه می‌شود. نمودارهای کنتور تابع توزیع ویگنر به درستی مقادیر مثبت را برای حالت خلاً جابه‌جاشده نشان داد. با تغییر حالت خلاً به حالت‌های برانگیخته، مقدار تابع ویگنر در برخی نواحی از فضای فاز منفی شد و منفی بودن آن در حضور اثر تقویت بدون نوفه نیز افزایش یافت. از سطح مقطع دایروی نمودارهای کنتور تابع ویگنر [50] چنین استنباط می‌شود که حالت‌های عددی جابه‌جاشده تقویت‌شده، علی‌رغم بروز قابل ملاحظه چندین رفتار غیرکلاسیکی، چنانچه نیستند. برای بررسی این ادعا، که در نتایج عددی مربوط به آن در مقاله ارائه نشده است، پارامتر چلانگی نیز بررسی شد که به عدم چلانگی و همخوانی با نمودارهای کنتور تابع ویگنر منجر شد.

در این‌جا مفید است اشاره کنیم که به‌طور جداگانه ویژگی‌های غیرکلاسیکی حالت‌های همدوس (و ترکیب‌های خطی متفاوت از آن) تقویت‌شده به‌صورت تحلیلی و عددی بررسی شد و محاسبات نشان دادند که حالت‌های همدوس و همدوس تقویت‌شده به‌دلیل یکسانی در تابع توزیع فوتونی ویژگی‌های مشابه دارند. همچنین ویژگی‌های غیرکلاسیکی حالت‌های گرمایی تقویت‌شده مطالعه شد که علی‌رغم اثر تقویت بدون نوفه، این حالت‌ها نیز رفتار کلاسیکی از خود نشان می‌دهند.

باشد. شایان ذکر است که منفی بودن تابع توزیع ویگنر شرط کافی و نه لازم برای غیرکلاسیکی بودن یک حالت کوانتومی است.

در شکل 4، نمودار کنتور تابع ویگنر حالت عددی جابه‌جاشده تقویت‌شده به‌ازای  $n=0$  و  $g=1$  رسم شده است. در این شرایط، حالت مورد بررسی، حالت خلاً جابه‌جاشده یا حالت همدوس استاندارد است. بنابراین، چنان‌که انتظار می‌رود، تابع ویگنر مثبت است و رفتار سامانه کلاسیکی است. شکل 5 تأثیر عملگر تقویت را بر حالت همدوس نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که این عملگر تأثیری روی نمایش فضای فاز حالت همدوس ندارد. در شکل 6، مقادیر منفی تابع ویگنر حاکی از غیرکلاسیکی بودن حالت تک-فوتونی جابه‌جاشده است. شکل 7 تأثیر عملگر تقویت روی حالت تک-فوتونی جابه‌جاشده را بررسی می‌کند. از مقایسه شکل‌های 6 و 7 می‌توان دریافت که عملگر تقویت خطی بدون نوفه، عمق و دامنه غیرکلاسیکی بودن را افزایش می‌دهد. شکل 8 (9) نمودار کنتور تابع توزیع ویگنر را برای حالت عددی جابه‌جاشده به‌ازای  $n=5$  در غیاب (حضور) تقویت نشان می‌دهد. افزایش مقدار منفی بودن تابع ویگنر در شکل 9 نشان از بهبود رفتار غیرکلاسیکی سامانه دارد.



شکل 9. نمودارهای کنتور تابع توزیع ویگنر به‌ازای  $n=5$  و  $g=3$ .

### بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله، از تلفیق حالت‌های عددی جابه‌جاشده با مفهوم تقویت سیگنال بدون نوفه، حالت‌های عددی جابه‌جاشده

## منابع

- [1] Lee, N., Benichi, H., Takeno, Y., Takeda, S., Webb, J., Huntington, E., & Furusawa, A. Teleportation of nonclassical wave packets of light. *Science*, 332(6027), 2011. 330-333.
- [2] Sergienko, A. V. (Ed.). *Quantum Communications and Cryptography*. CRC Press. 2018)
- [3] Prabhakar, S., Shields, T., Dada, A. C., Ebrahim, M., Taylor, G. G., Morozov, D., ... & Clerici, M. Two-photon quantum interference and entanglement at 2.1  $\mu\text{m}$ . *Science Advances*, 6(13), 2020. eaay5195.
- [4] Mehta, K., Achanta, V. G., & Dasgupta, S. Generation of non-classical states of photons from a metal–dielectric interface: a novel architecture for quantum information processing. *Nanoscale*, 12(1), 2020. 256-261.
- [5] Zou, X., Pahlke, K., & Mathis, W. Generation of two-mode nonclassical states and a quantum-phase-gate operation in trapped-ion cavity QED. *Physical Review A*, 65(6), 2002. 064303.
- [6] Deleglise, S., Dotsenko, I., Sayrin, C., Bernu, J., Brune, M., Raimond, J. M., & Haroche, S. Reconstruction of non-classical cavity field states with snapshots of their decoherence. *Nature*, 455(7212), 2008. 510-514.
- [7] Faghihi, M. J., & Tavassoly, M. K. Number-phase entropic squeezing and nonclassical properties of a three-level atom interacting with a two-mode field: intensity-dependent coupling, deformed Kerr medium, and detuning effects. *Journal of the Optical Society of America B*, 30(11), 2013. 2810-2818.
- [8] Baghshahi, H. R., & Faghihi, M. J. f-deformed cavity mode coupled to a  $\Lambda$ -type atom in the presence of dissipation and Kerr nonlinearity. *Journal of the Optical Society of America B*, 39(11), 2022. 2925-2933.
- [9] Alam, N., Verma, A., & Pathak, A. Higher-order nonclassicalities of finite dimensional coherent states: A comparative study. *Physics Letters A*, 382(28), 2018. 1842-1851.
- [10] de Matos Filho, R. L., & Vogel, W. Nonlinear coherent states. *Physical Review A*, 54(5), 1996. 4560.
- [11] Man'ko, V. I., Marmo, G., Sudarshan, E. C. G., & Zaccaria, F. f-Oscillators and nonlinear coherent states. *Physica Scripta*, 55(5), 1997. 528.
- [12] Roknizadeh, R., & Tavassoly, M. K. The construction of some important classes of generalized coherent states: the nonlinear coherent states method. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 37(33), 2004. 8111.
- [13] Torkzadeh-Tabrizi, S., Faghihi, M. J., & Honarasa, G. Phase space nonclassicality and sub-Poissonianity of deformed photon-added nonlinear cat states: algebraic and group theoretical approach. *Optics Letters*, 48(3), 2023. 688-691.
- [14] Alsing, P., Guo, D. S., & Carmichael, H. J. Dynamic Stark effect for the Jaynes-Cummings system. *Physical Review A*, 45(7), 1992. 5135.
- [15] Wunsche, A. Displaced Fock states and their connection to quasiprobabilities. *Quantum Optics: Journal of the European Optical Society Part B*, 3(6), 1991. 359.
- [16] Zheng-Feng, H. Fluctuation of phase in the displaced number states. *Journal of Modern Optics*, 39(6), 1992. 1381-1397.
- [17] Dodonov, V. V., & De Souza, L. A. Decoherence of superpositions of displaced number states. *Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics*, 7(12), 2005. S490.
- [18] de Oliveira, F. A. M., Kim, M. S., Knight, P. L., & Buek, V. Properties of displaced number states. *Physical Review A*, 41(5), 1990. 2645.
- [19] Podoshvedov, S. A. Displaced photon states as resource for dense coding. *Physical Review A*, 79(1), 2009. 012319.
- [20] Podoshvedov, S. A. Quantum teleportation through an entangled state composed of displaced vacuum and single-photon states. *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 106, 2008. 435-441.
- [21] Maldonado-Villamizar, F. H., Alderete, C. H., & Rodríguez-Lara, B. M. Squeezed displaced entangled states in the quantum Rabi model. *Physical Review A*, 100(1), 2019. 013811.
- [22] Lvovsky, A. I., & Babichev, S. A. Synthesis and tomographic characterization of the displaced Fock state of light. *Physical Review A*, 66(1), 2002. 011801.
- [23] de Oliveira, G. C., de Almeida, A. R., de Queirós, I. P., Moraes, A. M., &



- Dantas, C. M. Alternative proposal for the generation of the displaced number state. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 351(2-4), 2005. 251-259.
- [24] Scarani, V., Iblisdir, S., Gisin, N., & Acin, A. Quantum cloning. *Reviews of Modern Physics*, 77(4), 2005. 1225.
- [25] Xiang, G. Y., Ralph, T. C., Lund, A. P., Walk, N., & Pryde, G. J. Heralded noiseless linear amplification and distillation of entanglement. *Nature Photonics*, 4(5), 2010. 316-319.
- [26] Fiurášek, J. Teleportation-based noiseless quantum amplification of coherent states of light. *Optics Express*, 30(2), 2022. 1466-1489.
- [27] Ralph, T. C., & Lund, A. P. Nondeterministic noiseless linear amplification of quantum systems. In *AIP Conference Proceedings*. Vol. 1110, No. 1, (2009, April). pp. 155-160. American Institute of Physics.
- [28] Zavatta, A., Fiurášek, J., & Bellini, M. A high-fidelity noiseless amplifier for quantum light states. *Nature Photonics*, 5(1), 2011. 52-56.
- [29] Yang, S., Zhang, S., Zou, X., Bi, S., & Lin, X. Improving noiseless linear amplification for optical quantum communication with quadrature squeezing. *Physical Review A*, 87(2), 2013. 024302.
- [30] Xiang, G. Y., Ralph, T. C., Lund, A. P., Walk, N., & Pryde, G. J. Heralded noiseless linear amplification and distillation of entanglement. *Nature Photonics*, 4(5), 2010. 316-319.
- [31] Ferreyrol, F., Barbieri, M., Blandino, R., Fossier, S., Tualle-Brouri, R., & Grangier, P. Implementation of a nondeterministic optical noiseless amplifier. *Physical Review Letters*, 104(12), 2010. 123603.
- [32] Mičuda, M., Straka, I., Miková, M., Dušek, M., Cerf, N. J., Fiurášek, J., & Ježek, M. Noiseless loss suppression in quantum optical communication. *Physical Review Letters*, 109(18), 2012. 180503.
- [33] Kocsis, S., Xiang, G. Y., Ralph, T. C., & Pryde, G. J. Heralded noiseless amplification of a photon polarization qubit. *Nature Physics*, 9(1), 2013. 23-28.
- [34] Fiurášek, J., & Cerf, N. J. Gaussian postselection and virtual noiseless amplification in continuous-variable quantum key distribution. *Physical Review A*, 86(6), 2012. 060302.
- [35] Blandino, R., Leverrier, A., Barbieri, M., Etesse, J., Grangier, P., & Tualle-Brouri, R. Improving the maximum transmission distance of continuous-variable quantum key distribution using a noiseless amplifier. *Physical Review A*, 86(1), 2012. 012327.
- [36] Brask, J. B., Brunner, N., Cavalcanti, D., & Leverrier, A. Bell tests for continuous-variable systems using hybrid measurements and heralded amplifiers. *Physical Review A*, 85(4), 2012. 042116.
- [37] Kim, Y. S., Lee, J. C., Kwon, O., & Kim, Y. H. Protecting entanglement from decoherence using weak measurement and quantum measurement reversal. *Nature Physics*, 8(2), 2012. 117-120.
- [38] Xiang, G. Y., Ralph, T. C., Lund, A. P., Walk, N., & Pryde, G. J. Heralded noiseless linear amplification and distillation of entanglement. *Nature Photonics*, 4(5), 2010. 316-319.
- [39] Ferreyrol, F., Barbieri, M., Blandino, R., Fossier, S., Tualle-Brouri, R., & Grangier, P. Implementation of a nondeterministic optical noiseless amplifier. *Physical Review Letters*, 104(12), 2010. 123603.
- [40] Mičuda, M., Straka, I., Miková, M., Dušek, M., Cerf, N. J., Fiurášek, J., & Ježek, M. Noiseless loss suppression in quantum optical communication. *Physical Review Letters*, 109(18), 2012. 180503.
- [41] Dias, J., & Ralph, T. C. Quantum repeaters using continuous-variable teleportation. *Physical Review A*, 95(2), 2017. 022312.
- [42] Adnane, H., Bina, M., Albarelli, F., Gharbi, A., & Paris, M. G. Quantum state engineering by nondeterministic noiseless linear amplification. *Physical Review A*, 99(6), 2019. 063823.
- [43] Farzan, M. E., Faghihi, M. J., & Honarasa, G. Nonclassical properties of f-deformed photon-added squeezed Kerr states. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 565, 2021. 125569.
- [44] Feng, L. J., & Gong, S. Q. Two-photon blockade generated and enhanced by mechanical squeezing. *Physical Review A*, 103(4), 2021. 043509.
- [45] Vogel, W. Nonclassical states: An observable criterion. *Physical Review Letters*, 84(9), 2000. 1849.

- [46] Faghihi, M. J. Generalized Photon Added and Subtracted  $f$ -Deformed Displaced Fock States. *Annalen der Physik*, 532(12), 2020. 2000215.
- [47] Scully, M. O., & Zubairy, M. S. *Quantum Optics*. Cambridge University Press. 1999.
- [48] Gerry, C. C., & Knight, P. L. *Introductory Quantum Optics*. Cambridge University Press. 2005.
- [49] Ghorbani, M., Faghihi, M. J., & Safari, H. Wigner function and entanglement dynamics of a two-atom two-mode nonlinear Jaynes–Cummings model. *Journal of the Optical Society of America B*, 34(9), 2017. 1884-1893.
- [50] Ficek, Z., & Wahiddin, M. R. *Quantum Optics for Beginners*. CRC Press. 2014.