

تأثیر میدان مغناطیسی خارجی بر ایجاد تبهگنی ترازهای انرژی در پاد نقطه کوانتموی

مجید ابراهیم زاده^۱، مهناز غفاری^{*۲}، لادن غفاری^۳

۱. دکتری فیزیک، دانشگاه شیراز، شیراز، ایران

۲. کارشناسی ارشد فیزیک، واحد شیراز، دانشگاه آزاد اسلامی، شیراز، ایران

۳. کارشناسی فیزیک، دانشگاه فردوسی مشهد، مشهد، ایران

تاریخ دریافت: ۱۳۹۹/۱۱/۰۹ تاریخ پذیرش: ۱۳۹۹/۱۲/۰۳

The Effect of External Magnetic Field on the Creation of Energy Levels Degeneracy in a Quantum Anti-Dot

M. Ebrahimzadeh¹, M. Ghaffari^{*2}, L. Ghaffari³

1. Ph.D. of Physics, Shiraz University, Shiraz, Iran

2. M.A. of Physics, Shiraz Branch, Islamic Azad University, Shiraz, Iran

3. B.A of Physics, Ferdowsi University of Mashhad, Mashhad, Iran

Received: 2021/01/28

Accepted: 2021/02/21

Original Article

مقاله پژوهشی

Abstract

In this paper, the effect of a magnetic field on 2p energy levels of $\text{[Ga]}_{(1-x)}\text{[Al]}_x\text{As}/\text{GaAs}/\text{[Ga]}_{(1-x)}\text{[Al]}_x\text{As}$ quantum anti-dot has been investigated. To this aim, based on the perturbation theory and in the presence of an external magnetic field, the energy eigenvalue of the 2p state of this nano-structure is obtained. Then, on the basis of theoretical predictions and numerical calculations, it will be shown that the magnetic field does not always eliminate the degeneracies of energy levels and under certain conditions, the magnetic field itself is the cause of a new degeneracy in the energy levels. Furthermore, it is proved that changes in the height of the potential barrier will remove the degeneracy created after the application of the magnetic field.

Keywords

Quantum Antidote, Magnetic Field, Perturbation Theory, Potential Barrier

چکیده

در این مقاله تأثیر میدان مغناطیسی بر ترازهای انرژی 2p در پاد نقطه کوانتموی $\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}/\text{GaAs}/\text{Ga}_{1-x}\text{Al}_x\text{As}$ بررسی می‌شود. بدین منظور ابتدا بر اساس نظریه اختلال و در حضور میدان مغناطیسی خارجی، ویژه مقادیر انرژی 2p این نانو ساختار به دست آورده می‌شود. سپس بر اساس پیش‌بینی‌های تئوریو همچنین با محاسبات عددی نشان داده خواهد شد که میدان مغناطیسی همیشه باعث از بین رفتن تبهگنی ترازهای انرژی نمی‌شود و تحت شرایطی خاص، میدان مغناطیسی خود سبب وجود آمدن تبهگنی جدید در ترازهای انرژی می‌شود. در ادامه نشان خواهیم داد تغییرات انرژی بر حسب ارتفاع سد پتانسیل باعث حذف کامل تبهگنی‌های ایجاد شده بعد از اعمال میدان مغناطیسی خواهد شد.

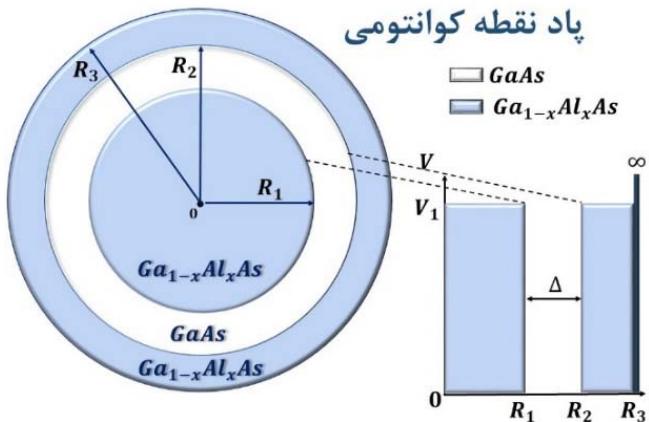
واژه‌های کلیدی

پاد نقطه کوانتموی، میدان مغناطیسی، نظریه اختلال، سد پتانسیل

مقدمه

تئوری

در شکل (۱) مدل نانوساختار کروی پاد نقطه کوانتومی سه لایه $Ga_{1-x}Al_xAs/GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ آورده شده است:



شکل ۱. پاد نقطه کوانتومی $Ga_{1-x}Al_xAs/GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ که در آن R_1 شعاع هسته، R_3 شعاع کل و $\Delta = R_2 - R_1$ می‌باشد.

در غیاب میدان مغناطیسی هامیلتونی برای سیستم بیان شده، با ناخالصی هیدرودینامیکی در مرکز، هنگامی که الکترون با سد پتانسیل متناهی محدود شده است، به صورت زیر نوشته می‌شود [۲۱]:

$$H = \frac{P^2}{2m^*} - \frac{ke^2Z}{\epsilon|\vec{r}|} + V_C(r) \quad (1)$$

بعد از اعمال میدان مغناطیسی، هامیلتونی این سیستم به صورت زیر تغییر می‌کند [۲۲]:

$$H = \frac{1}{2m^*} \left(\vec{p} + \frac{e}{c} \vec{A} \right)^2 - \frac{ke^2Z}{\epsilon|\vec{r}|} + V_C(r) \quad (2)$$

در اینجا $-i\hbar\vec{\nabla} = \vec{p}$ تکانه خطی و e/m^* و ϵ به ترتیب، بار الکترون، جرم مؤثر الکترون و ثابت دی الکتریک، $k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$ هستند و \vec{A} پتانسیل برداری است که می‌توان آن را به صورت $\vec{r} \times \vec{B} = \frac{1}{2}\vec{B}$ نوشت. $V_C(r)$

در طی چند دهه اخیر با توجه به رشد سریع فناوری نانو، نانوساختارهایی مانند نقاط کوانتومی^۱ و پاد نقاط کوانتومی^۲ به دلیل کاربرد آنها در دستگاههای فتوولتائیک، نانوپاتیک و نانو الکترونیک، مورد توجه چشمگیر داشمندان قرار گرفته است. این ساختارها را می‌توان به عنوان اتمهای مصنوعی ساخته دست بشر طبقه‌بندی کرد؛ به طوری که حرکت الکترون‌ها از هر جهت محدود است. محدودیت حامل‌های بار منجر به ایجاد طیف انرژی گسسته و در نتیجه باعث ایجاد بسیاری از خصوصیات منحصر به‌فرد از جمله تغییر در رسانایی، خواص اپتیکی و ... در این ساختارها می‌گردد [۱-۸]. اخیراً ساختارهای اپتیکی و الکترونیکی نقاط و پاد نقاط کوانتومی با اشکال متفاوت (کروی، استوانه‌ای و ...) در حضور پتانسیل‌های متفاوت (متناهی، نامتناهی، گاوی و ...) مورد مطالعه قرار گرفته است [۹-۱۲].

مطالعات نشان داده‌اند که میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی خارجی از دیگر عواملی هستند که می‌توانند خواص فیزیکی این نانو ساختارها را تغییر دهند [۱۳-۱۸]. بر اساس پیش‌بینی‌های انجام شده تا کنون، اعمال میدان مغناطیسی خارجی، باعث می‌شود که هر تراز انرژی به $2l + 1$ زیر تراز شکافته شود که در اینجا l عدد کوانتومی مداری است. این امر باعث از بین رفت تبهگنی انرژی و ایجاد خطوط طیفی جدید می‌شود که تاثیر بسزایی در خواص فیزیکی نانوساختارهای اشاره شده دارد. بنابراین از آنجا که با استفاده از میدان مغناطیسی خارجی، ترازهای انرژی و در نتیجه خواص فیزیکی تغییر می‌کنند، مطالعه تأثیر اعمال میدان مغناطیسی خارجی بر این نانو ساختارها، در دهه‌های اخیر به یک موضوع بسیار جالب و جذاب از نظر تئوری و تجربی، برای محققان تبدیل شده است [۱۹-۲۰]. در این مقاله اثر میدان مغناطیسی خارجی بر ترازهای انرژی پاد نقطه کوانتومی بررسی می‌شود. به این منظور در قسمت تئوری مبانی بر اساس نظریه اختلال ترازهای انرژی به دست می‌آیند و در قسمت سوم نتایج تجربی بر اساس محاسبات عددی مشخص می‌گردد و در انتها نیز نتیجه‌گیری علمی بیان می‌شود.

1. Quantum Dot
2. Quantum Antidot

که لاپلاسین در مختصات کروی به صورت زیر تعریف می‌شود [۲۳]:

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \left[\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] \quad (۸)$$

$$L^2 = -\hbar^2 \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} \right] \quad (۹)$$

از این رو می‌توان نوشت:

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) - \frac{L^2}{\hbar^2 r^2} \quad (۱۰)$$

و در نتیجه هامیلتونین H^0 در رابطه (۷) به صورت زیر نوشه می‌شود:

$$H^0 = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial}{\partial r} \right) - \frac{L^2}{r^2} - \frac{2}{r} + V_C \quad (۱۱)$$

در رابطه (۶) جمله اختلالی است:

$$H^I = \gamma l_z + \frac{1}{4} \gamma^2 r^2 \sin^2 \theta \quad (۱۲)$$

که در آن θ زاویه بین \mathbf{r} و محور z است. معادله ویژه مقداری برای هامیلتونین مختل نشده H^0 به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$H^0 \Psi_{nlm}^{(0)}(r, \theta, \varphi) = E_{nl}^{(0)} \Psi_{nlm}^{(0)}(r, \theta, \varphi) \quad (۱۳)$$

پتانسیل محدودیت کوانتمویی به صورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$V_C(r) = \begin{cases} V_1 & R \leq R_1 \\ V_0 & R_1 < R \leq R_2 \\ V_1 & R_2 < R \leq R_3 \\ \infty & \text{otherwise} \end{cases} \quad (۱۴)$$

که در آن V_0 و V_1 ارتفاع سد پتانسیل هستند:

$$\begin{aligned} V_0 &= 0 \\ V_1 &= Q_C 1.247 xeV(V_1 \\ &\quad = Q_C 239.81 x R y^*) \end{aligned} \quad (۱۵)$$

که دو پارامتر x و y غلظت آلومینیوم (Al) و Q_C پارامتر جبران است ($Q_C = 0.6$). با در نظر گرفتن میدان مغناطیسی در راستای محور z داریم:

$$H = \frac{-\hbar^2 \nabla^2}{2m^*} + \frac{e^2 B^2 r^2 \sin^2 \theta}{8m^* c^2} + \frac{e \vec{B} l_z}{2m^* c} - \frac{ke^2 Z}{\varepsilon |\vec{r}|} + V_C(r) \quad (۱۶)$$

که در آن $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ و θ زاویه بین \mathbf{r} و محور z می‌باشد. $Ry^* = a_0^*$ و $a_0^* = \frac{4\pi\varepsilon\hbar^2}{m^* e^2}$ ، $\gamma = \frac{a_0^{*2} e B}{\hbar c}$ اگر $\frac{m^* e^4}{32\pi^2 \varepsilon^2 \hbar^2}$ را به ترتیب به عنوان بزرگی میدان مغناطیسی، واحد فاصله و واحد انرژی موثر ریدبرگ در نظر بگیریم و $e = \sqrt{2}$ ، $m_e = \frac{1}{2}$ همچنین در واحد ریدبرگ مقدار $k = 1$ فرض کنیم آنگاه رابطه (۱۶) به رابطه (۶) زیر تبدیل می‌گردد:

$$H = -\nabla^2 + \frac{1}{4} \gamma^2 r^2 \sin^2 \theta + \gamma l_z - \frac{2}{r} + V_C(r) \quad (۱۷)$$

که H^0 هامیلتونین مختل نشده است:

$$H^0 = -\nabla^2 - \frac{2}{r} + V_C \quad (۱۸)$$

r^2 مقدار جشمداشتی $\langle r^2 \rangle_{2,1} = \langle 2,1 | r^2 | 2,1 \rangle$ که در اینجا تبھگن سه گانه برای $m = -1, 0, 1$ در غیاب میدان مغناطیسی است. مقادیر شیفت انرژی در رابطه (۱۶) به صورت زیر نمایش داده می‌شوند:

$$E_m^I = \begin{cases} -\gamma + \frac{1}{5}\gamma^2 \langle r^2 \rangle_{2,1}, & m = -1 \\ \frac{1}{10}\gamma^2 \langle r^2 \rangle_{2,1}, & m = 0 \\ \gamma + \frac{1}{5}\gamma^2 \langle r^2 \rangle_{2,1}, & m = +1 \end{cases} \quad (17)$$

همان گونه که مشاهده می‌شود، اعمال میدان مغناطیسی باعث شکافته شدن تراز $2p$ به سه زیر تراز $2p_{+1}$ با شیفت انرژی (E_{+1}^I) ، $2p_0$ با شیفت انرژی (E_{+1}^I) و $2p_{-1}$ با شیفت انرژی (E_{-1}^I) می‌شود. همانطور که معادله (۱۷) نشان می‌دهد، (E_{+1}^I) همیشه از (E_0^I) و (E_{-1}^I) بیشتر است، بنابراین بعد از اعمال میدان مغناطیسی، منحنی $2p_{+1}$ همیشه از منحنی $2p_0$ و $2p_{-1}$ بالاتر قرار گرفته و هیچ برخوردی با این دو منحنی نخواهد داشت و در نتیجه باعث ایجاد تبھگنی جدیدی نخواهد شد. اما با دقت در معادله (۱۷) می‌توان دریافت که برای مقدار خاص $\gamma = \gamma_c$ ، $E_{-1}^I = E_0^I$ باشد و منحنی‌های $2p_{-1}$ و $2p_0$ بر حسب γ با هم برخورد می‌کنند و این امر باعث به وجود آمدن یک تبھگنی جدید بعد از اعمال میدان مغناطیسی می‌شود. شرط ایجاد تبھگنی در تراز $2p$ بعد از اعمال میدان مغناطیسی با معادله (۱۷) داده می‌شود:

$$\begin{aligned} E_0^I = E_{-1}^I &\Rightarrow -\gamma + \frac{1}{5}\gamma^2 \langle r^2 \rangle_{2,1} \\ &= \frac{1}{10}\gamma^2 \langle r^2 \rangle_{2,1} \end{aligned} \quad (18)$$

$$\gamma = \gamma_c = \frac{10}{\langle r^2 \rangle_{2,1}}$$

در این مقدار خاص γ ، انرژی برای $2p_{-1}$ و $2p_0$ یکسان است و آنها دوباره تبھگن می‌شوند و منحنی‌های آنها بر حسب γ دارای نقطه تلاقی در نقطه γ_c است. برای

که در اینجا $\Psi_{nlm}^{(0)}(r, \theta, \varphi)$ تابع موج بهنجار شده الکترون است که می‌تواند به دو قسمت شعاعی و زاویه‌ای، مانند زیر جدا شود:

$$\begin{aligned} \Psi_{nlm}^{(0)}(r, \theta, \varphi) \\ = R_{nl}^{(0)}(r)Y_{lm}(\theta, \varphi) \end{aligned} \quad (14)$$

از l ، n و m به ترتیب اعداد کوانتموی شعاعی، تکانه زاویه‌ای و سمتی و $R_{nl}^{(0)}(r)$ و $Y_{lm}(\theta, \varphi)$ به ترتیب قسمت شعاعی و زاویه‌ای تابع موج مختل نشده هستند. $Y_{lm}(\theta, \varphi) = e^{im\varphi} P_{lm} \cos(\theta)$ است که در آن $P_{lm} \cos(\theta)$ چند جمله‌ای‌های وابسته لزاندر هستند. [۲۴]

اگر $|2,1, m >$ باشد، آنگاه وقته $2P$ با H^0 هامیلتونی برای تراز $2P$ باشد، تا مرتبه اول اختلال، انرژی H^I مختل می‌شود، تا مرتبه اول اختلال، انرژی $2P$ به صورت زیر به دست آید:

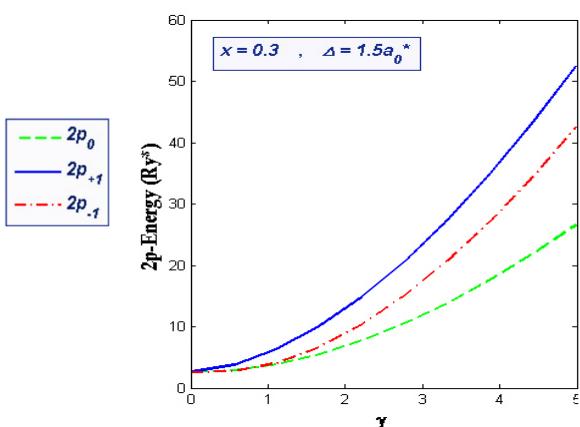
$$E_{2,1,m} = \begin{cases} E_{2,1}^0 - \gamma + \frac{\gamma^2}{4} \langle 2,1 | r^2 | 2,1 \rangle \langle 1, -1 | \sin^2 \theta | 1, -1 \rangle, & m = -1 \\ E_{2,1}^0 + \frac{\gamma^2}{4} \langle 2,1 | r^2 | 2,1 \rangle \langle 1, 0 | \sin^2 \theta | 1, 0 \rangle, & m = 0 \\ E_{2,1}^0 + \gamma + \frac{\gamma^2}{4} \langle 2,1 | r^2 | 2,1 \rangle \langle 1, 1 | \sin^2 \theta | 1, 1 \rangle, & m = +1 \end{cases} \quad (15)$$

با در نظر گرفتن چند جمله‌ای‌های وابسته لزاندر رابطه (۱۵) به رابطه (۱۶) تبدیل خواهد شد:

$$E_{2,1,m} = \begin{cases} E_{2,1}^0 - \gamma + \frac{1}{5}\gamma^2 \langle r^2 \rangle_{2,1}, & m = -1 \\ E_{2,1}^0 + \frac{1}{10}\gamma^2 \langle r^2 \rangle_{2,1}, & m = 0 \\ E_{2,1}^0 + \gamma + \frac{1}{5}\gamma^2 \langle r^2 \rangle_{2,1}, & m = +1 \end{cases} \quad (16)$$

γ	$2p_{-1}$	$2p_0$	$2p_{+1}$	γ_c
۰	۲/۵۹۲	۲/۵۹۲	۲/۵۹۲	۰/۹۳۵
۱	۳/۷۱۰	۳/۶۵۶	۵/۷۱۰	۰/۹۵۳
۲	۸/۸۲۶	۶/۷۸۷	۱۲/۸۲۶	۱/۰۰۸
۳	۱۷/۳۵۱	۱۱/۸۱۴	۲۳/۳۵۱	۱/۰۸۹
۴	۲۸/۷۰۹	۱۸/۵۰۲	۳۶/۷۰۹	۱/۱۷۲
۵	۴۲/۵۷۸	۲۶/۶۴۲	۵۲/۵۷۸	۱/۲۴۵

شکل (۲) تغییرات انرژی تراز $2p$ بر حسب γ برای $Ga_{1-x}Al_xAs/GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ پاد نقطه کوانتومی نشان می‌دهد. همان طور که انتظار می‌رود اعمال میدان مغناطیسی در ابتدا باعث شکافته شدن تراز $2p$ به سه زیر تراز -1 , $2p_0$ و $2p_{+1}$ و از بین رفتن کامل تبیهگنی سه گانه این تراز می‌شود. همان گونه که در شکل (۲) مشاهده می‌شود افزایش میدان مغناطیسی باعث افزایش انرژی هر سه زیر تراز -1 , $2p_0$ و $2p_{+1}$ می‌شود که این افزایش در $2p_{+1}$ همیشه بیشتر از دو تراز دیگر بوده و بنابراین منحنی این تراز هیچ‌گاه با دو تراز دیگر برخوردی نخواهد داشت و در نتیجه این تراز باعث به وجود آمدن تبیهگنی جدیدی در اثر اعمال میدان مغناطیسی نمی‌شود. اما همان طور که در بخش تئوری رابطه (۱۸) پیش‌بینی شد با افزایش میدان مغناطیسی، به دلیل سرعت رشد بیشتر انرژی تراز $2p_{-1}$ در مقایسه با انرژی تراز p_0 منحنی انرژی این تراز در نقطه‌ای با منحنی انرژی تراز $2p_0$ برخورد کرده و در نقطه تلاقی این دو منحنی، انرژی‌های این ترازها با هم برابر شده و آنها در مقدار خاص γ_c دوباره تبیهگن می‌شوند.



شکل ۲. تغییرات انرژی تراز $2P$ بر حسب γ با $x = 0.3$ و $R_3 = 5a_0^*$

$\gamma > \gamma_c$ منحنی -1 بالاتر از منحنی $2p_0$ بوده و مقادیر بیشتری خواهد داشت.

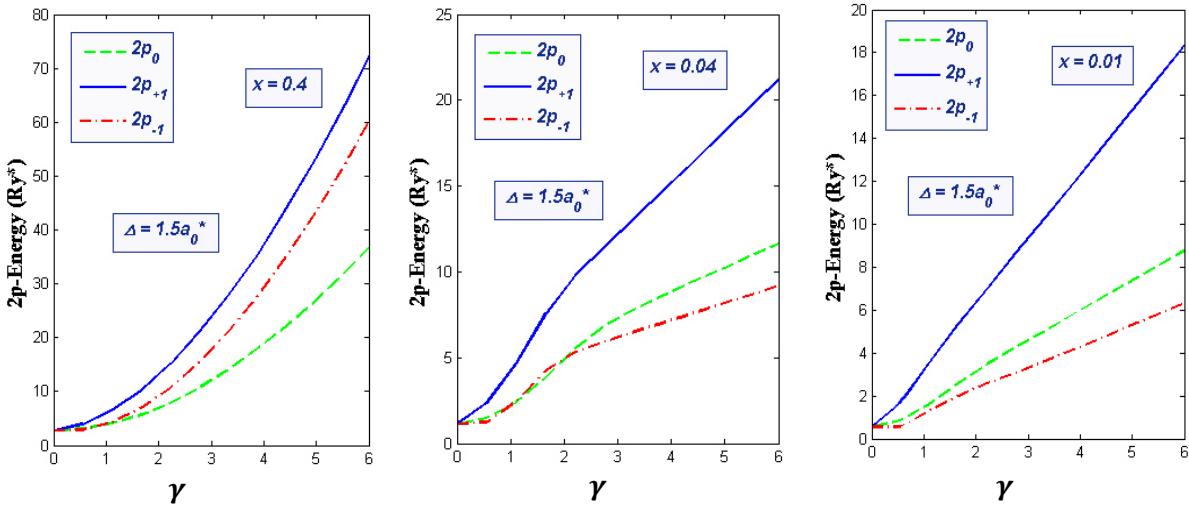
نتایج تجربی

در این بخش به بررسی اثر میدان مغناطیسی بر تراز انرژی $Ga_{1-x}Al_xAs/GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ پاد نقطه کوانتومی $Ga_{1-x}Al_xAs$ پرداخته می‌شود. نتایج محاسبات عددی به ازای مقادیر ثابت جدول (۱) ارائه شده است:

جدول ۱. مقادیر ثابت استفاده شده در محاسبات عددی

کمیت	نماد اندازه	کمیت	نماد	کمیت
جرم موثر	$m_0 \times 10^{-31} kg$	جرم الکترون	m^*	$0.067m_0$
ثابت دیکتریک	$\epsilon_0 \times 10^{-12} F/m$	دیکتریک خلاء	$13.18\epsilon_0$	
انرژی موثر	$a_0^* 10.4nm$	شعاع موثر	$5.2meV$	Ry^*
ردیبرگ		بور		
چگالی حجمی	$c \times 10^8 m/s$	سرعت نور در خلاء	$3 \times 10^{22} \sigma_v$	

در جدول (۲) تغییرات انرژی $2P$ و مقادیر γ_c برای $Ga_{1-x}Al_xAs/GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ به ازای $x = 0.3$ و $\Delta = 1.5a_0^*$ در محدوده تغییرات $0.3 \leq \gamma \leq 5$ در محدوده تغییرات $0 \leq \gamma \leq 0.3$ در نتیجه محدوده $0 \leq \gamma \leq 5$ و قیمت γ_c که $0 \leq \gamma \leq 0$ است در نتیجه محدوده $0 \leq \gamma \leq 5$ به صورت $0.935 \leq \gamma_c \leq 1.245$ می‌باشد و چون محدوده γ_c کاملاً در محدوده γ قرار دارد، بنابراین انتظار داریم که در نقطه‌ای بین 0.935 و 1.245 یک برخورد بین دو منحنی $2p_0$ و $2p_{-1}$ رخ دهد و انرژی این دو تراز در این نقطه خاص دوباره تبیهگن شود. که این موضوع آشکارا در شکل (۲) قابل مشاهده است.



شکل ۳. تغییرات انرژی پاد نقطه کوانتمویی بر حسب γ با x ارتفاع سد پتانسیل

بحث و نتیجه‌گیری

در این مقاله اثرات میدان مغناطیسی خارجی و ارتفاع سد پتانسیل بر ترازهای انرژی ۲P پاد نقطه کوانتمویی $Ga_{1-x}Al_xAs/GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ بررسی شده است. بر اساس نظریه اختلال با به دست آوردن زیر ترازهای انرژی ۲P پیش‌بینی شد که اعمال میدان مغناطیسی در ابتدا باعث شکافته شدن تراز ۲p به سه زیر تراز $2p_{-1}$, $2p_0$, $2p_{+1}$ و از بین رفتن کامل تبهگنی سه گانه این تراز می‌شود. افزایش میدان مغناطیسی باعث افزایش انرژی هر سه زیر تراز $2p_{-1}$, $2p_0$ و $2p_{+1}$ می‌گردد که این افزایش باعث می‌شود منحنی انرژی تراز $2p_{-1}$ در نقطه‌ای با منحنی انرژی تراز $2p_0$ برخورد کرده و در نقطه تلاقی این دو منحنی، انرژی‌های این ترازاها با هم برابر شده و آنها در مقدار خاص γ_c دوباره تبهگن گردند. تمامی محاسبات عددی نیز می‌بین این موارد بودند. در ادامه نشان داده شد که تغییر x یا غلظت آلومینیوم، که تنظیم کننده ارتفاع سد پتانسیل است، تأثیر مستقیمی در ایجاد و یا حذف تبهگنی به وجود آمده در پاد نقطه کوانتمویی $Ga_{1-x}Al_xAs/GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ دارد. همان طور که از شکل (۳) پیداست، تغییر x یا غلظت آلومینیوم، که تنظیم کننده ارتفاع سد پتانسیل است، تأثیر مستقیمی در ایجاد و یا حذف تبهگنی به وجود آمده در پاد نقطه کوانتمویی $Ga_{1-x}Al_xAs/GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ دارد. همان طور که در شکل (۳) دیده می‌شود برای $x = 0.4$ نمودار زیر ترازهای انرژی دارای تبهگنی هستند که با کم شدن مقدار $x = 0.01$ ، این تبهگنی از بین رفته و نهایتاً منحنی‌های انرژی کاملاً از هم فاصله گرفته و در مدل پاد نقطه کوانتمویی $Ga_{1-x}Al_xAs/GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ هیچ نقطه تلاقی بین نمودارها مشاهده نمی‌شود و در نتیجه هیچ تبهگنی باقی نمی‌ماند.

از آنجا که در پاد نقطه کوانتمویی $Ga_{1-x}Al_xAs/GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ ترازهای انرژی در نقطه‌ای خاصی دوباره تبهگن می‌شوند، می‌توان با تغییر غلظت آلومینیوم (تغییر ارتفاع سد پتانسیل) برای از بین بردن کامل این تبهگنی به صورت زیر اقدام نمود (شکل (۳)).

همان طور که از شکل (۳) پیداست، تغییر x یا غلظت آلومینیوم، که تنظیم کننده ارتفاع سد پتانسیل است، تأثیر مستقیمی در ایجاد و یا حذف تبهگنی به وجود آمده در پاد نقطه کوانتمویی $Ga_{1-x}Al_xAs/GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ دارد. همان طور که در شکل (۳) دیده می‌شود برای $x = 0.4$ نمودار زیر ترازهای انرژی دارای تبهگنی هستند که با کم شدن مقدار $x = 0.01$ ، این تبهگنی از بین رفته و نهایتاً منحنی‌های انرژی کاملاً از هم فاصله گرفته و در مدل پاد نقطه کوانتمویی $Ga_{1-x}Al_xAs/GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs$ هیچ نقطه تلاقی بین نمودارها مشاهده نمی‌شود و در نتیجه هیچ تبهگنی باقی نمی‌ماند.

References

- [1] B. C. akir, Y. Yakar, and A. Ozmen, "Linear and nonlinear absorption coefficients of spherical quantum dot inside external magnetic field, *Physica B* 510, 86–91 (2017).
- [2] F. Rahimi, T. Ghaffary, Y. Naimi and H. Khajehazad, 12 Effect of magnetic field on energy states and optical properties of quantum dots and quantum anti-dots, *Opt. Quant. Electron.* 53, 47-62 (2021).
- [3] E. B. Al, E. Kasapoglu, H. Sari and I. Sökmen, Zeeman splitting, Zeeman transitions and optical absorption of an electron confined in spherical quantum dots under the magnetic field, *Phil. Mag.* 101, 117-128 (2021).
- [4] V. A. Holovatsky, O. M. Voitsekivska and M. Ya. Yakhnevych, Effect of magnetic field on an electronic structure and intraband quantum transitions in multishell quantum dots, *Physica E* 93, 295–300 (2017).
- [5] C. Heyn and C. A. Duque, Donor impurity related optical and electronic properties of cylindrical GaAs – Al_xGa_{1-x}As quantum dots under tilted electric and magnetic fields, *Sci. Rep.* 10, 9155 (2020).
- [6] Gh. Safarpour, M. A. Izadi, M. Novzari and E. Niknam, External electric field effect on the nonlinear optical properties of a laser dressed donor impurity in a GaAs spherical quantum dot confined at the center of a Ga_{1-x}Al_xAs cylindrical nano-wire, *Indian J. Pure Appl. Phys.* 53, 247-256 (2015).
- [7] H. Khajehazad, T. Ghaffary, M. Ebrahimzadeh, Microwave Absorption Properties of Fe₂O₃/Paraffin Wax Nanocomposite, *Asian J. Chem.*, 25(13) 7651-7652, (2013).
- [8] H. Sari, E. Kasapoglu, S. Sakiroglu, I. Sökmen and C. A. Duque, Impurity-related optical response in a 2D and 3D quantum dot with Gaussian confinement under intense laser field, *Phil. Mag.* 100, 619-641 (2020).
- [9] M. G. Barseghyan, H. M. Baghramyan, A. A. Kirakosyan and D. Laroze, The transition from double to single quantum dot induced by THz laser field, *Physica E* 116, 113758 (2020).
- [10] D. Laroze, M. Barseghyan, A. Radu and A. A. Kirakosyan, Laser driven impurity states in twodimensional quantum dots and quantum rings, *Physica B* 501, 1-4 (2016).
- [11] T. Ghaffary, M. Ebrahimzadeh, M.M. Gharahbeigi, L. Shahmandi, Fabrication of iron nanowire arrays using nanoporous anodic alumina template, *Asian J. Chem.*, 24(7), 3237-3239, (2012).
- [12] Baser, P., Elagoz, S., Kartal, D.: The effects of pressure and barrier height on donor binding energy in GaAs/Ga_{1-x}Al_xAs As cylindrical quantum well wires. *Physica B* 405, 3239–3249 (2010)
- [13] Çakır, B., Atav, Ülfet, Yakar, Y., Özmen, A.: Calculation of Zeeman splitting and Zeeman transition energies of spherical quantum dot in uniform magnetic field. *Chem. Phys.* 475, 61–68 (2016)
- [14] Çakır, B., Yakar, Y., Özmen, A.: Linear and nonlinear absorption coefficients of spherical quantum dot inside external magnetic field. *Physica B* 510, 86–91 (2017)
- [15] S. M. Bilankohi, M. Ebrahimzadeh, T. Ghaffary, M. Zeidiyam, Scattering, absorption and extinction properties of Al/TiO₂ core/shell nanospheres, *Indian Journal of Science and Technology*, 8(S9), 1–14 (2015).
- [16] Davatolhagh, S., Jafari, A.R., Vahdani, M.R.K.: Oscillator strengths of the intersubband electronic transitions in the hydrogenic nano-antidots. *Superlattices Microstructures* 51, 62–72 (2012)
- [17] S. Ghajarpour-Nobandegani and M. J. Karimi, Effects of hydrogenic impurity and external fields on the optical absorption in a ring-shaped elliptical

- quantum dot, *Opt. Mater.* 82, 75-80 (2018).
- [18] S. M. Bilankohi, M. Ebrahimzadeh, T. Ghaffary, Study of the properties of Au/Ag core/shell nanoparticles and its application, *Indian Journal of Science and Technology*, 8(S9), 31–33 (2015).
- [19] K. S. Rahul, N. Devaraj, R. K. Babu, S. Mathew, K. Salini and V. Mathew, Intraband absorption of D center in CdSe/CdS/CdSe/CdS multilayer quantum dot, *J. Phys. Chem. Solid.* 106, 99-104 (2017).
- [20] R. Khordad, H. Bahramiyan and S. A. Mohammadi, Influence of impurity on binding energy and optical properties of lens shaped quantum dots: Finite element method and Arnoldi algorithm, *Chin. J. Phys.* 54, 20-32 (2016).
- [21] P. Hosseinpour, A. Soltani-Vala and J. Barvestani, Effect of impurity on the absorption of a parabolic quantum dot with including Rashba spin-orbit interaction, *Physica E* 80, 48-52 (2016).
- [22] H. Ghaforyan, T. Ghaffary, S. Mohammadibilankohi, M. Hasanzadeh, M. Ebrahimzadeh, R. Pincak, M. Farkhan, Effect of ultrasound waves intensity on the removal of Congo red dye from the textile industry wastewater by Fe₃O₄@ TiO₂ core-shell nanospheres, *Bulgarian Chemical Communications*, 51(1), 10-15 (2019).
- [23] E. C. Niculescu and D. Bejan, Nonlinear optical properties of GaAs pyramidal quantum dots: Effects of elliptically polarized radiation, impurity, and magnetic applied fields, *Physica E* 74, 51-58 (2015).
- [24] E. Kasapoglu, F. Ungan, H. Sari, I. Sökmen, M. E. MoraRamos and C. A. Duque, Donor impurity states and related optical responses in triangular quantum dots under applied electric field, *Superlattice. Microst.* 73, 171-184 (2014).