

## افزایش طول دفازه شدن در شتاب‌دهنده میدان عقبه لیزری

مهدی عصری<sup>1\*</sup>، ایمان کامل جهرمی<sup>2</sup>

1. استادیار، گروه فیزیک، دانشگاه گنبد کاووس

2. مدرس، گروه فیزیک، دانشگاه پیام نور

تاریخ دریافت: 1395/11/05 تاریخ پذیرش: 1395/12/07

## The Dephasing Length Increment in Laser Wake Field Accelerator

M. Asri<sup>\*1</sup>, I. Kamel Jahromi<sup>2</sup>

1. Assistant Professor, Department of Physics, Gonbad Kavous University

2. Lecturer, Department of Physics, Payame Noor University

Received: 2017/01/24 Accepted: 2017/02/25

### Abstract

Solving of laser wakefield equations in the presence of external magnetic field, we observed that the dephasing length and final energy of accelerated electron by wakefield depend on polarization of laser pulse and applying direction of magnetic field. As for the case of applying magnetic field in the opposite direction of right polarized laser pulse propagation, the dephasing length with increment rather than other cases is about 5cm and final energy gained by electron reaches to about 3 GeV.

### Keywords

Dephasing Length, Magnetic Field, Laser Wakefield, Electron Acceleration.

### چکیده

با حل معادلات تولید میدان عقبه در حضور میدان مغناطیسی خارجی، مشاهده کردیم که طول دفازه شدن و انرژی نهایی الکترون‌های شتاب گرفته به وسیله میدان عقبه به قطبش تپ و راستای اعمال میدان مغناطیسی وابسته است. به طوری که برای حالت اعمال میدان مغناطیسی در خلاف جهت انتشار تپ لیزری با قطبش راست‌گرد، طول دفازه شدن با افزایش نسبت به دیگر حالت‌ها حدود پنج سانتی متر می‌شود و انرژی نهایی کسب شده به وسیله الکترون‌ها نیز به حدود 3 GeV می‌رسد.

### واژگان کلیدی

طول دفازه شدن، میدان مغناطیسی، میدان عقبه لیزری، شتاب الکترون.

## مقدمه

پلازما که با سرعتی برابر با سرعت گروه تپ لیزری حرکت می‌کنند، می‌توانند ذرات باردار را تا سرعت‌های نسبیتی شتاب دهند. اگر یک الکترون با انرژی اولیه مناسب به داخل این امواج تزریق شود، گیر می‌افتد و به وسیله میدان‌های الکتروستاتیک پلازما به انرژی‌هایی از مرتبه چندین GeV می‌رسد [11-12]. پژوهش‌های انجام شده نشان می‌دهد که شکل تپ لیزری و قطبش آن نقش مهمی در شتاب الکترون‌ها در خلاء و پلازما دارد. [13-15] همچنین مطالعات نظری و آزمایشگاهی انجام شده در زمینه برهم‌کنش لیزر - پلازما در حضور میدان مغناطیسی نشان می‌دهد که انتخاب مناسب اندازه لکه تپ لیزری، اندازه میدان مغناطیسی خارجی و راستای اعمال آن می‌تواند باعث تقویت دامنه میدان عقبه و تولید الکترون‌های پرانرژی شود [16-18].

در این مقاله ما ابتدا معادلات مربوط به تولید میدان عقبه در برهم‌کنش لیزر - پلازما با حضور میدان مغناطیسی خارجی و معادلات مربوط به حرکت الکترون‌ها در این میدان‌ها را نوشته و با حل عددی این معادلات تأثیر اعمال میدان مغناطیسی خارجی را برای تپ لیزری با قطبش دایروی راست‌گرد و چپ‌گرد روی طول‌صفازه شدن<sup>9</sup> (طولی را که الکترون قبل از وارد شدن به ناحیه کاهش شتاب می‌پیماید) و شتاب الکترون‌ها مورد بررسی قرار می‌دهیم.

## معادلات پایه

پتانسیل برداری یک تپ لیزری با قطبش دایروی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم

$$\vec{A}_{\perp} = A(z,t) [\hat{x} \sin(k_0 z - \omega_0 t) \pm \hat{y} \cos(k_0 z - \omega_0 t)]$$

که  $k_0$  و  $\omega_0$  به ترتیب بسامد و عدد موج تپ است. این تپ در راستای Z از میان یک پلازما کم چگال، سرد و همگن با چگالی  $n_0$ ، در حضور یک میدان

با پیشرفت در فناوری لیزرهای پرتوان و ساخت لیزرهای رومی<sup>1</sup> با شدت‌هایی از مرتبه  $10^{22} \text{ W/cm}^2$  زمینه پژوهش‌های تئوری و تجربی برای محققان فراهم شد [1]. انتشار یک تپ پرشدت لیزری از میان پلازما کم چگال می‌تواند منجر به گستره وسیعی از مکانیسم‌های فیزیکی مانند هدایت اپتیکی [2-3]، تولید هارمونیک [4-5]، تولید میدان‌های مغناطیسی [6-7] و برانگیختن امواج پلازما برای شتاب ذرات شود. تأثیر نیروی محرکه<sup>2</sup> تپ لیزری روی حرکت الکترون‌ها باعث جدایی الکترون‌ها و یون‌ها شده و می‌تواند گرادیان شتابی هزاران بار بزرگ‌تر از شتاب‌دهنده‌های کلاسیک تولید کند. گرادیان شتاب تولید شده به وسیله شتاب‌دهنده‌های رادیو فرکانسی کلاسیک به دلیل تخریب دیواره‌های موج‌بر به  $100 \text{ MV/m}$  محدود می‌شود. محیط پلازما به دلیل داشتن محدودیت ذکر شده و توانایی نگهداری میدان‌های الکتروستاتیکی از مرتبه  $100 \text{ GV/m}$  می‌تواند برای شتاب ذرات مناسب باشد [8]. طرح شتاب‌دهنده‌های لیزر - پلازمایی را برای اولین بار بیش از سه دهه پیش داوسن<sup>3</sup> و تاجیما<sup>4</sup> پیشنهاد کردند [9]. از میان روش‌های مختلف برای شتاب‌دهنده‌های پلازمایی می‌توان به شتاب‌دهنده میدان عقبه پلازمایی<sup>5</sup> (PWFA)، شتاب‌دهنده میدان عقبه لیزری<sup>6</sup> (LWFA)، شتاب‌دهنده موج زنشی پلازمایی<sup>7</sup> (LBWA) و شتاب‌دهنده خود مدولاسیون میدان عقبه لیزری<sup>8</sup> (SMLWFA) اشاره کرد [10].

از میان این روش‌ها شتاب‌دهنده میدان عقبه لیزری از مکانیسم ساده‌تری برخوردار است. در این روش یک تپ کوتاه و پرشدت لیزری با عبور از میان پلازما کم چگال باعث برانگیختن نوسانات پلازما می‌شود. امواج

1. Table-top
2. Ponderomotive force
3. Dawson
4. Tajima
5. Plasma wakefield acceleration
6. Laser wakefield acceleration
7. Laser beat wave acceleration
8. Self-modulated LWFA

9. Dephasing length

مغناطیسی خارجی  $\mathbf{B} = sB_0\hat{z}$  که  $s = \pm 1$  است منتشر می‌شود. علامت مثبت نشان‌دهنده میدان در جهت انتشار تپ و علامت منفی عکس آن است.

معادلات سیالی غیرخطی توصیف‌کننده برهم‌کنش لیزر با پلاسمای مغناطیده سرد به صورت زیر بیان می‌شود

$$\frac{\partial u_{ys}}{\partial \tilde{x}} = s\tilde{w}_c \frac{u_{xs}}{g(u_{zs} - b_g)} - \frac{u_{ys}}{g} \frac{\partial g}{\partial \tilde{x}}, \quad (5)$$

$$\frac{\partial u_{zs}}{\partial \tilde{x}} = \frac{1}{g(u_{zs} - b_g)} \frac{\partial \tilde{w}}{\partial \tilde{x}} - \frac{u_{zs}}{g} \frac{\partial g}{\partial \tilde{x}} - \frac{\tilde{w}_0}{2(s\tilde{w}_c + g\tilde{w}_0)(u_{zs} - b_g)} \frac{\partial a^2}{\partial \tilde{x}}, \quad (6)$$

$$\frac{\partial j_z}{\partial \tilde{x}^2} = (n - 1), \quad (7)$$

$$\frac{\partial n}{\partial \tilde{x}} = -\frac{n}{(u_{zs} - b_g)} - \frac{\partial u_{zs}}{\partial \tilde{x}}, \quad (8)$$

که در آن  $n = n_e / n_0$ ،  $\tilde{j} = ej / mc^2$ ،  $\tilde{x} = k_p x$  که  $\mathbf{a} = e\mathbf{A} / m_e c^2$

پارامترهای بی بعد مکان، پتانسیل اسکالر، چگالی الکترون‌های پلازما، پتانسیل برداری تپ، بسامد لیزر و بسامد سیکلوترونی هستند.

سرعت گروه تپ لیزری در پلاسمای مغناطیده از رابطه پاشندگی  $c^2 k_0^2 = w_0^2 - \frac{w_p^2 w_0}{g w_0 m s w_c}$  برای دوران‌های راست‌گرد و چپ‌گرد به صورت زیر به دست می‌آید [19]

$$b_g^{r/l} = \frac{2[\tilde{w}_0^2 - \tilde{w}_0 / (g\tilde{w}_0 m s \tilde{w}_c)]^{1/2}}{2\tilde{w}_0 \pm s \tilde{w}_c / (g\tilde{w}_0 m s \tilde{w}_c)^2} \quad (9)$$

با حل هم‌زمان معادلات (4) تا (8) با روش رانگ - کوتای مرتبه 4 پتانسیل الکتروستاتیکی حاصل از برهم‌کنش تپ لیزری با پلازما در حضور میدان

$$\frac{\partial (g\mathbf{v})}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) g \mathbf{v} = -\frac{e}{m_e} \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \cdot (\mathbf{B} + s\mathbf{B}_0) \right),$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \tilde{N} \cdot (n_e \mathbf{v}) = 0, \quad (2)$$

$$\tilde{N}^2 j = k_p^2 (n_e - 1), \quad (3)$$

که  $g = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$  فاکتور نسبیتی لورنتس،  $\mathbf{v}$  سرعت الکترون‌ها و  $n_e$  چگالی الکترون‌های پلازما هستند. می‌توانیم سرعت الکترون‌های پلازما را به صورت برهم‌نهی سرعت‌های تند و کند در نظر بگیریم  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_s + \mathbf{v}_f$  (سرعت کند) در بسامد پلازما و  $\mathbf{v}_f$  (سرعت تند) در بسامد لیزر است.

با استفاده از تقریب شبه ایستا [8] (که در آن از تحول پروفایل تپ در طول برهم‌کنش صرفه نظر می‌شود) و اعمال تغییر متغیرهای  $\mathbf{t} = \mathbf{t}$  و  $\mathbf{X} = \mathbf{Z} - \mathbf{v}_g \mathbf{t}$  به روابط زیر خواهیم رسید:

$$\frac{\partial u_{xs}}{\partial \tilde{x}} = -s\tilde{w}_c \frac{u_{ys}}{g(u_{zs} - b_g)} - \frac{u_{xs}}{g} \frac{\partial g}{\partial \tilde{x}}, \quad (4)$$

مغناطیسی به دست می‌آید. میدان عقبه طولی نیز از رابطه  $\tilde{E}_{zw} = -\frac{\tilde{p}_z}{g} \frac{\ddot{\tilde{t}}}{\tilde{t}}$  نتیجه می‌شود.

دینامیک حرکت الکترون در این میدان‌ها با معادله لورنتس قابل بررسی است

$$\frac{d\mathbf{P}}{dt} = -e\frac{\mathbf{r}}{c}\tilde{\mathbf{E}} + \frac{1}{c}\frac{\mathbf{P}}{m_e g} \cdot \frac{\mathbf{r}}{B_0} \frac{\ddot{\tilde{t}}}{\tilde{t}} \quad (10)$$

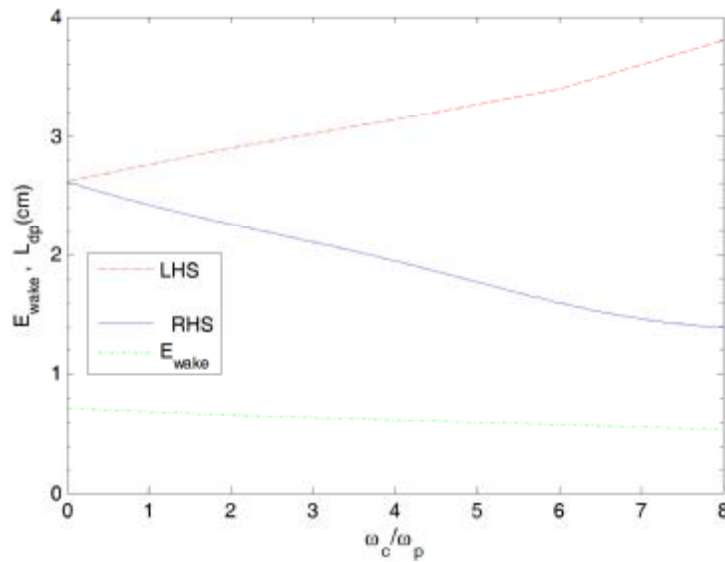
روابط بین میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی تپ لیزری به صورت  $B_{xp} = -E_{yp}$ ،  $B_{yp} = E_{xp}$  و  $B_{zp} = 0$  است.

$$\frac{d\tilde{p}_y}{d\tilde{t}} = -\frac{e}{c}\left(1 - \frac{\tilde{p}_z}{g}\right)\tilde{E}_{yp} - \frac{p_x}{g}\tilde{B}_0 \frac{\ddot{\tilde{t}}}{\tilde{t}} \quad (12)$$

$$\frac{d\tilde{p}_z}{d\tilde{t}} = \frac{e}{c}\tilde{E}_{zw} + \frac{\tilde{p}_x}{g}\tilde{E}_{xp} + \frac{\tilde{p}_y}{g}\tilde{E}_{yp} \frac{\ddot{\tilde{t}}}{\tilde{t}} \quad (13)$$

که در آن  $g = \sqrt{1 + p_x^2 + p_y^2 + p_z^2}$  است.

سه معادله زیر را نیز برای مسیر حرکت الکترون داریم



شکل 1. تغییرات میدان عقبه و طول دفازه شدن برای تپ‌های لیزری قطبیده راست‌گرد و چپ‌گرد بر حسب  $\omega_c / \omega_p$  به ازای  $\omega_p = 1$  و  $\omega_c = 1.5$  و الکترونی با انرژی اولیه  $0.5 \text{ MeV}$

$$\frac{d\tilde{x}}{d\tilde{t}} = \frac{\tilde{p}_x}{g b_g}, \quad \frac{d\tilde{y}}{d\tilde{t}} = \frac{\tilde{p}_y}{g b_g}, \quad \frac{d\tilde{z}}{d\tilde{t}} = \frac{\tilde{p}_z}{g b_g} \quad (14)$$

با تجزیه معادله (10) به مؤلفه‌هایش خواهیم داشت

$$\frac{d\tilde{p}_x}{d\tilde{t}} = -\frac{e}{c}\left(1 - \frac{\tilde{p}_z}{g}\right)\tilde{E}_{xp} + \frac{p_y}{g}\tilde{B}_0 \frac{\ddot{\tilde{t}}}{\tilde{t}} \quad (11)$$

با  $a_0 = 1$   $a = a_0 \exp(-(\tilde{x} - \tilde{x}_0)^2 / \tilde{s}_x^2)$  طول تپ  $t_p = 20$  fs، مکان اولیه مرکز تپ  $\tilde{x}_0 = -20$  و پلاسمایی با چگالی برابر  $n_p = 1.21 \times 10^{18} \text{ cm}^{-3}$  معادل با  $l_p = 30 \text{ mm}$  و تک الکترونی که با انرژی اولیه  $0.5 \text{ MeV}$  در مکان  $x = -10$  جلوی تپ لیزری تزریق شده است، به صورت عددی حل می‌کنیم. در ادامه به ازای مقادیر مختلف میدان مغناطیسی خارجی و راستای اعمال آن نسبت به جهت انتشار تپ‌های لیزری راست‌گرد و چپ‌گرد، اندازه دامنه میدان عقبه، طول دفازه شدن و انرژی نهایی الکترون تزریق شده را به دست می‌آوریم.

باید یادآور شویم که برای بی‌بعدسازی معادلات بالا پارامترهای زیر را به کار گرفته‌ایم

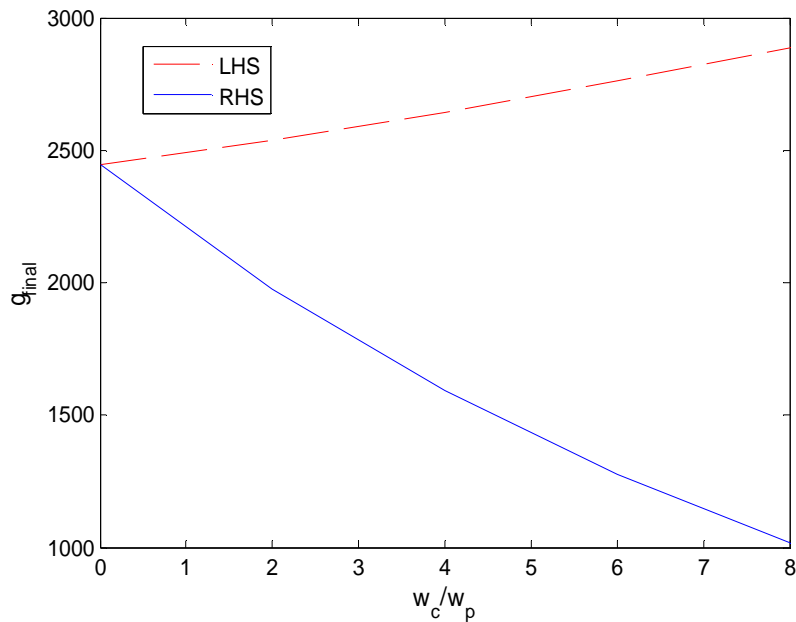
$$\tilde{t} = \omega_p t; \tilde{p} = p / mc^2; \tilde{E} = eE / mc \omega_p; \tilde{B}_0 = eB_0 / mc \omega_p; \tilde{x} = k_p x$$

انرژی و مسیر حرکت الکترون با حل هم‌زمان معادلات (11) تا (14) با روش رانگ - کوتای مرتبه 4 به دست می‌آید.

**الف) راستای میدان مغناطیسی در جهت انتشار تپ (+1)**  
در شکل 1 تغییرات دامنه میدان عقبه و طول دفازه شدن

### نتایج حل عددی

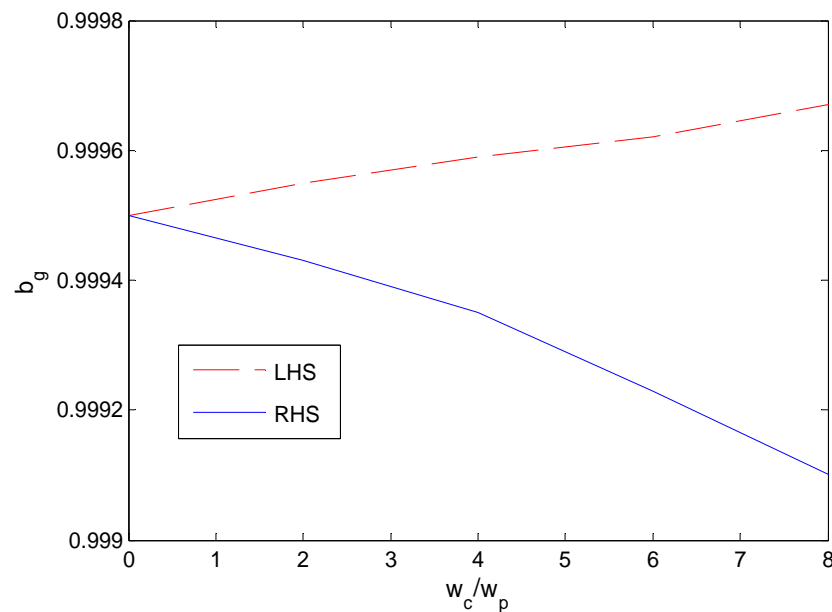
معادلات (4) تا (8) و (11) تا (13) را برای تپ لیزری با مشخصه گوسی به صورت



شکل 2. تغییرات انرژی نهایی الکترون‌ها برای تپ‌های لیزری قطبیده راست‌گرد و چپ‌گرد بر حسب  $\omega_c / \omega_p$  همه پارامترهای اولیه مانند شکل یک است.

با توجه به شکل‌های 1 و 2 به نکته جالبی بر می‌خوریم. با افزایش میدان مغناطیسی اندازه میدان دنباله کاهش می‌یابد ولی برای حالت تپ چپ‌گرد انرژی نهایی که الکترون‌ها کسب کرده‌اند، افزایش می‌یابد. دلیل این رفتار غیر عادی افزایش طول دفازه شدن در این حالت است. برای درک بهتر در شکل 3 تغییرات سرعت گروه تپ لیزری (که برابر با سرعت فاز امواج

برای حالت‌های استفاده از تپ‌های راست‌گرد و چپ‌گرد بر حسب مقادیر مختلف میدان مغناطیسی ترسیم شده است. دیده می‌شود با افزایش میدان مغناطیسی برای هر دو حالت قطبش دامنه میدان عقبه کاهش می‌یابد؛ همچنین طول دفازه شدن برای تپ قطبیده چپ‌گرد افزایش می‌یابد، در حالی‌که برای تپ قطبیده راست‌گرد کاهش می‌یابد.



شکل 3. تغییرات سرعت گروه برای تپ‌های لیزری قطبیده راست‌گرد و چپ‌گرد بر حسب  $\omega_c / \omega_p$  همه پارامترهای اولیه مانند شکل یک است.

پلازما است) به ازای مقادیر مختلف میدان مغناطیسی رسم شده است. دیده می‌شود با افزایش میدان مغناطیسی خارجی، سرعت گروه تپ چپ‌گرد (سرعت فاز امواج پلازما) افزایش می‌یابد که این باعث می‌شود الکترون مدت بیشتری در فاز شتاب بماند (افزایش طول دفازه شدن) و انرژی نهایی که الکترون کسب کرده است، افزایش یابد.

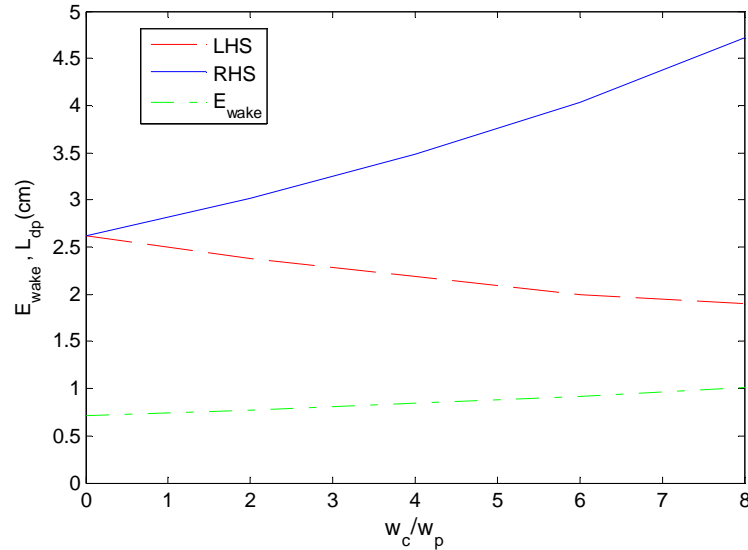
تغییرات انرژی نهایی که الکترون برای تپ‌های لیزری قطبیده چپ‌گرد و راست‌گرد کسب کرده است با ازای مقادیر مختلف میدان مغناطیسی خارجی در شکل 2 ترسیم شده است. واضح است که برای حالت تپ چپ‌گرد افزایش میدان مغناطیسی باعث افزایش انرژی نهایی الکترون تزیق شده می‌شود، در صورتی‌که در حالت تپ راست‌گرد افزایش میدان مغناطیسی خارجی باعث کاهش انرژی نهایی الکترون‌ها خواهد شد.

**ب) راستای میدان مغناطیسی در خلاف جهت**

**انتشار تپ ( $s = -1$ )**

در شکل 4 تغییرات طول دفازه شدن و اندازه میدان عقبه

راست‌گرد نسبت به حالت تپ قطبیده چپ‌گرد، مشاهده می‌شود. دلیل آن افزایش دامنه میدان عقبه و طول دفازه شدن است که باعث می‌شود الکترون‌ها مدت بیشتری در



**شکل 4.** تغییرات میدان عقبه و طول دفازه شدن برای تپ‌های لیزری قطبیده راست‌گرد و چپ‌گرد برحسب  $\omega_c / \omega_p$  در حالت  $\sigma = -1$  همه پارامترهای اولیه مانند شکل یک است.

برحسب مقادیر مختلف میدان مغناطیسی نشان داده شده است.

در اینجا برخلاف حالت اعمال میدان در جهت انتشار تپ لیزری، افزایش میدان مغناطیسی خارجی باعث افزایش طول دفازه شدن برای تپ با قطبش راست‌گرد و کاهش آن برای تپ قطبیده چپ‌گرد می‌شود.

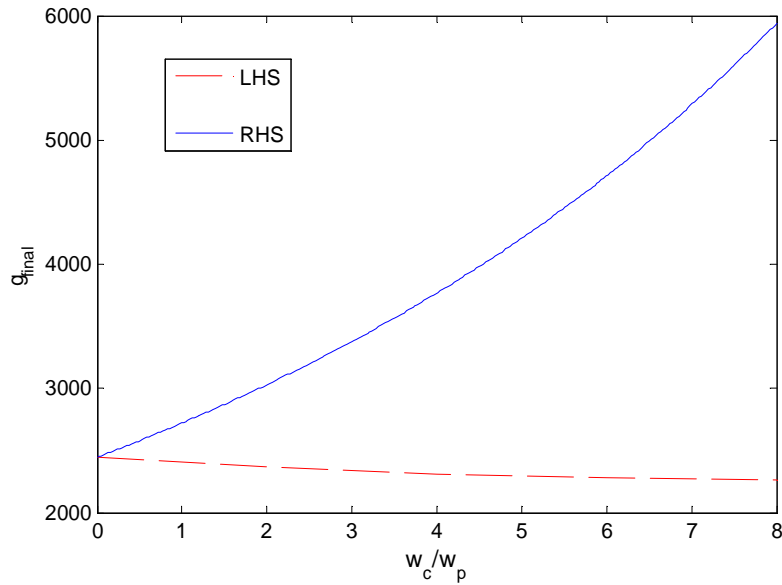
افزون براین، با توجه به شکل می‌بینیم که برای هر دو حالت تپ لیزری با قطبش چپ‌گرد و راست‌گرد اندازه میدان عقبه با افزایش میدان مغناطیسی افزایش می‌یابد.

بیشترین مقدار انرژی نهایی که الکترون کسب کرده است، با ازای مقادیر مختلف میدان مغناطیسی خارجی برای تپ‌های لیزری قطبیده چپ‌گرد و راست‌گرد در شکل 5 ترسیم شده است. در این شکل افزایش قابل توجه انرژی نهایی الکترون در حالت تپ قطبیده

فاز شتاب قرار بگیرند و انرژی کسب کنند. در شکل 6 نیز تغییرات سرعت گروه تپ لیزری به ازای مقادیر مختلف میدان مغناطیسی در حالت  $s = -1$  رسم شده است.

افزایش سرعت گروه تپ راست‌گرد (که با سرعت فاز امواج پلاسما برابر است) باعث افزایش طول دفازه شدن و کسب انرژی بیشتر به وسیله الکترون‌ها از میدان عقبه قوی‌تر می‌شود.

در پایان، یک مقایسه عددی می‌تواند جالب باشد. طول دفازه شدن برای یک شتاب‌دهنده میدان عقبه لیزری با استفاده از تپ قطبیده خطی و پلاسمای غیرمغناطیده به طور تقریبی با رابطه زیر قابل محاسبه است [10]



شکل 5. تغییرات انرژی نهایی الکترون‌ها برای تپ‌های لیزری قطبیده راست‌گرد و چپ‌گرد بر حسب  $\omega_c / \omega_p$  در حالت  $\sigma = -1$  همه پارامترهای اولیه مانند شکل یک است.

برای تپ قطبیده چپ‌گرد طول دفازه شدن افزایش می‌یابد و انرژی نهایی که الکترون کسب می‌کند، نیز افزایش می‌یابد. برای تپ قطبیده چپ‌گرد نیز کاهش طول دفازه شدن و انرژی نهایی الکترون مشاهده شد. در حالت اعمال میدان مغناطیسی خارجی در خلاف جهت انتشار تپ، با افزایش اندازه میدان مغناطیسی، دامنه میدان عقبه نیز افزایش می‌یابد.

در این حالت برای تپ راست‌گرد شاهد افزایش قابل توجه در اندازه طول دفازه شدن و انرژی نهایی الکترون بودیم. به طوری که طول دفازه شدن با افزایشی در حدود دو برابر نسبت به حالت حضور نداشتن میدان به حدود پنج سانتی متر می‌رسد و انرژی نهایی الکترون نیز در حدود 3 GeV می‌شود.

$$L_d \gg \left(\frac{I_p}{I_1}\right)^2 I_p a_0 \quad (15)$$

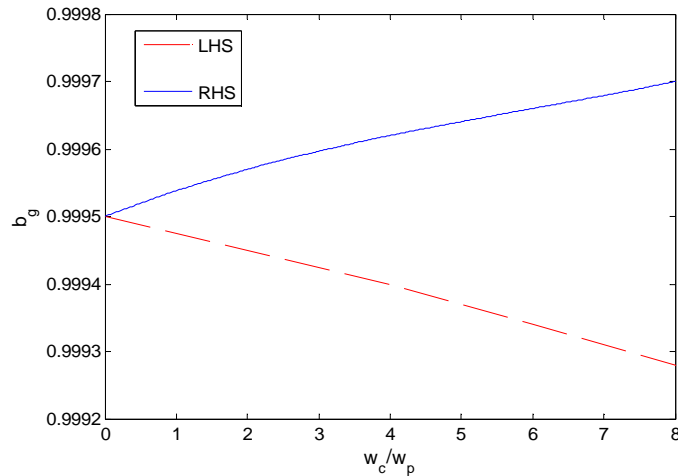
با پارامترهای اختیار شده برای لیزر و پلاسما در این مقاله  $L_d \gg 2.5 \text{ cm}$  می‌شود.

نتایج این مقاله نشان می‌دهد که استفاده از تپ با قطبش دایروی و میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند طول دفازه شدن را تا حدود پنج سانتی متر افزایش دهد (شکل 4 را ببینید).

### نتیجه‌گیری

دریافتیم که در حالت اعمال میدان مغناطیسی خارجی در خلاف جهت انتشار تپ لیزری، با افزایش اندازه میدان مغناطیسی، دامنه میدان عقبه کاهش می‌یابد. همچنین





شکل 6. تغییرات سرعت گروه برای تپ‌های لیزری قطبیده راست‌گرد و چپ‌گرد بر حسب  $\omega_c / \omega_p$  در حالت  $\sigma = -1$  همه پارامترهای اولیه مانند شکل یک است.

#### منابع

- [1] M. D. Perry et al., Opt. Lett. 24, 160 (1999).
- [2] E. Esarey, P. Sprangle, J. Krall, and A. Ting, IEEE J. Quantum Electron. 33, 1879 (1997).
- [3] H. M. Milchberg, T.R. Clark, C. G. Durfee III, T. M. Antonsen, and P. Mora, Phys. Plasmas 3, 2149 (1996).
- [4] H. A. Salih, R. P. Sharma, and M. Rafat, Phys. Plasmas 11, 3186 (2004).
- [5] P. Jha, R. K. Mishra, G. Raj, and A. K. Upadhyay, Phys. Plasmas 14, 053107 (2007).
- [6] M. Borgesi, D.H. Campbell, A. Schiavi, M.G. Haines, O. Willi, A. J. MacKinnon, P. Patel, L. A. Gizzi, M. Galimberti, R. J. Clarke, F. Pegoraro, H. Ruhl and S. Bulanov, Phys. Plasmas 9, 2214 (2002).
- [7] U. Wagner, M. Tatarakis, A. Gopal, F.N. Beg, E.L. Clark, A. E. Dangor, R. G. Evans, M. G.Haines, S. P. D. Mangles, P. A. Norreys, M.-S. Wei, M. Zepf, and K. Krushelnick, Phys. Rev. E 70, 026401 (2004).
- [8] E. Esarey, C. B. Schroeder, and W. P. Leemans, Rev. Mod. Phys. 81, 1229 (2009).
- [9] T. Tajima and J. M. Dawson, Phys. Rev. Lett. 43, 267 (1979).
- [10] E. Esarey, P. Sprangle, J. Krall, and A. Ting, IEEE Trans. Plasma Sci. 24, 252 (1996).
- [11] C. G. R. Geddes, C. Toth, J. van Tilborg, E. Esarey, C. B. Schroeder, D. Bruhwiler, C. Nieter, J. Cary, and W. P. Leemans, Nature 431, 538–541 (2004).
- [12] N. E. Andreev, V. E. Baranov, B. Cros, V. E. Fortov, S. V. Kuznetsov, G. Maynard, and P. Mora, Nucl. Instrum. Methods Phys. Res. Sect. A 653, 66–71 (2011); A. G. Khachatryan, A. Irman, F. A. van Goor, and K. J.

- Boller, Phys. Rev. Spec. Top. – Accel. Beams 10, 121301 (2007).
- [13] B. Shokri and A. R. Niknam, Phys. Plasmas 13 (2006) 113110.
- [14] H. Akou, M. Asri, Phy. Lett. A 380 (2016) 1729.
- [15] J. Davis, G. M. Petrov, and A. L. Velikovich, Phys. Plasmas 12 (2005) 123102.
- [16] V. B. Krasovitskii, V. G. Dorofeenko, V. I. Sotnikov, B. S. Bauer, Phys. Plasmas 11 (2004) 724.
- [17] R. Sadighi-Bonabi, M. Etehadi-Abari, Phys. Plasma 17 (2010) 032101.
- [18] P. Jha, A. Saroch, R. K. Mishra, and A. K. Upadhyay, Phys. Rev. ST Accel. Beams 15 (2012)081301.
- [19] L. Stenflo and N. L. Tsintsadze, Astrophys. Space Sci. 64,513 (1979).